

Simulación en Geant4 de la interacción γ -suelo

Fernanda Nader Nieto, Fernando Cristancho
Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia
Bogotá, Colombia

2 de junio de 2010

Resumen

En este trabajo se realiza un análisis espectroscópico de rayos γ que interactúan con capas de arena de grosores menores a 20 cm a diferentes humedades. Por medio de un sistema de detección en coincidencias temporales de rayos γ de 511 keV provenientes de el decaimiento positrónico de una fuente de ^{22}Na , se obtienen los espectros generados por la radiación que viaja a través de la muestra de suelo y llega a un detector de Germanio hiperpuro. Se presentan resultados para experimentos de transmisión. Los espectros obtenidos se dividen en regiones de energía, cuyos rangos están diferenciados por la energía generada a partir de una o múltiples interacciones Compton y la dispersión a ángulos bajos. La intensidad de cada región es estudiada como función del grosor, la humedad y densidad electrónica de la mezcla.

I. Introducción

Durante los últimos decenios los fenómenos nucleares han sido objeto de estudio no sólo en cuanto a investigación básica, también es frecuente encontrar el empleo de técnicas desarrolladas a partir del conocimiento de la radiación nuclear en diversos ámbitos. Se han alcanzado logros importantes en campos como la medicina, medio ambiente y agricultura, arqueología y la industria, entre otros, en los que se aplican ampliamente las tecnologías nuclear y de las radiaciones [1,2,3,4]. Su utilización permite, por ejemplo, detectar, localizar, representar visualmente y medir lo que otras técnicas no han logrado; destruir células y gérmenes cancerígenos; localizar recursos hídricos, caracterizar materiales por métodos no destructivos, control de calidad de procesos.

En el marco del proyecto de diseño e implementación de un dispositivo portátil, que permita la localización en el suelo de minas antipersonales elaboradas con materiales orgánicos, por medio de técnicas nucleares como la retrodispersión de radiación γ [5] combinada con la detección de neutrones, en este trabajo se simula el proceso de interacción de la radiación γ con la materia con el fin de comprender y analizar las variaciones de la forma espectral una vez ésta es transmitida a través del blanco de estudio, el suelo. Se realiza mediante una simulación en Geant4 de un sistema de detección en coincidencias de rayos γ de 511 keV provenientes de la aniquilación positrónica de una fuente de ^{22}Na .

La posibilidad de una generación masiva de eventos similares a los previstos en los experimentos reales, hacen de la simulación por método Monte Carlo una parte integral en el proceso de diseño y construcción de experimentos y el desarrollo de dispositivos con objetivos específicos como paso previo y necesario para evaluar la viabilidad del proyecto.

La densidad, junto con la humedad y el grosor de la capa de suelo son las variables a evaluar en este estudio. A medida que se aumenta la densidad se reducen la porosidad total y la humedad del suelo, con lo cual también varía la probabilidad de interacción de las partículas γ con el material. La composición química de los suelos se divide en elementos orgánicos e inorgánicos. Las partículas minerales representan el 50% del total, con predominio de arena (SiO_2), y en menor medida óxidos e hidróxidos de hierro y sales; las de origen orgánico suponen el 5%; el 45% que resta lo ocupan aire y agua, los cuales aprovechan la porosidad de la arena (el componente más importante de los suelos) para penetrar en los suelos y permitir la interacción con los demás elementos [6].

II. Interacción de la radiación γ con la materia

La interacción γ -suelo está determinada principalmente por 3 mecanismos:

Efecto Fotoeléctrico: Emisión de electrones que absorbieron por completo la radiación γ incidente.

Efecto Compton: Dispersión de fotones por electrones de las capas externas de los átomos de un material que se consideran como libres al tener energías de ligadura bajas con respecto a la energía de la radiación incidente.

Producción de Pares: En la interacción de un fotón con un núcleo resulta un par electrón-positrón. Para que este proceso ocurra el fotón debe tener una energía superior a 1.022 MeV.

1. Coeficiente de Atenuación

Al considerar un haz de rayos incidiendo sobre un material, la ocurrencia de uno u otro evento depende del valor relativo de las secciones eficaces de interacción, las cuales dependen tanto del valor de la energía del rayo γ incidente como de las características del material blanco. Los fotones detectados con una energía igual a la incidente serán aquellos que no interactúan con el material. La probabilidad total por unidad de longitud de que un fotón no alcance el detector, es decir que interaccione con el material, se conoce como *coeficiente de atenuación lineal* y puede ser expresado como:

$$\mu = n(\sigma_f + Z\sigma_C + \sigma_{pp}), \quad (1)$$

donde n es el número de centros dispersores por unidad de volumen, Z es el número atómico del material blanco, σ_f , σ_C y σ_{pp} son las secciones eficaces para el efecto fotoeléctrico, dispersión Compton y producción de pares respectivamente. Así, la intensidad del fotopico después de que el haz viaje una distancia x en el material está dada por

$$I_f = I_o e^{-\mu x}, \quad (2)$$

con I_o la intensidad incidente.

Dada la dependencia funcional del coeficiente de atenuación lineal con el número de centros dispersores por unidad de volumen (Ec. 1), también hay dependencia con el estado de compactación del material. Se define entonces una cantidad que no depende del estado de compactación que corresponde al coeficiente de atenuación lineal dividido por la densidad del material, cantidad conocida como coeficiente de atenuación másico. Éste coeficiente como función de la energía está representado en la Figura 1 para la interacción de rayos γ de 511 keV y arena (SiO_2). Se observa que el evento más probable para esta interacción es la dispersión Compton en el rango entre 0.1 y 10 MeV.

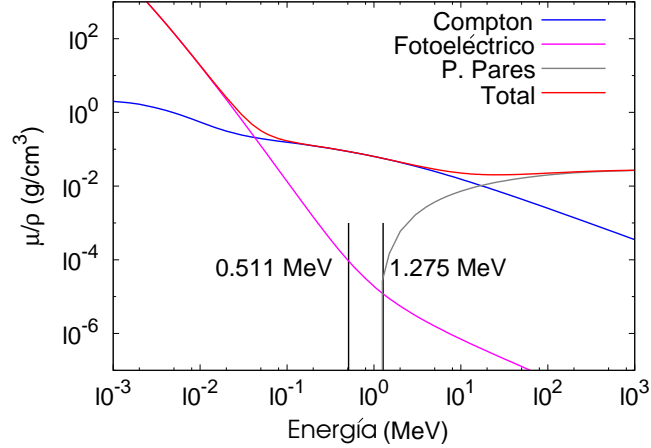


Figura 1. Coeficiente de atenuación másico para la interacción γ -arena.

2. Factor de Buildup

La ecuación (2) da la intensidad de rayos γ resultante después de que la radiación atraviesa una distancia x y es detectada, pero no tiene en cuenta las interacciones con la materia que no se encuentre entre la fuente y el detector. En ese desarrollo se considera un haz de rayos γ perfectamente colimado y paralelo a la dirección al detector a una distancia corta [7]. Sin embargo, al tener en cuenta que los fotones que son dispersados en el medio una o más veces, pueden eventualmente ser detectados, es necesario entonces introducir una corrección a la ecuación (2) conocido como el factor de Buildup. El factor de Buildup depende de la energía del rayo γ incidente, del material blanco, y del grosor de mismo material. Teniendo en cuenta ésta corrección tenemos que [8]

$$I_T = I_0 B(x) e^{-\mu x}, \quad (3)$$

donde I_T es la intensidad total y

$$\ln B(x) = a_0 + a_1 \mu x + a_2 \mu^2 x^2$$

es el factor de Buildup para una energía determinada en una distancia x . La experiencia muestra que para una situación de detección con y sin coincidencias [9]

$$B(x) = \begin{cases} e^{a_1 \mu x}, & \text{para detección sin coincidencias,} \\ e^{a_2 \mu^2 x^2}, & \text{para detección con coincidencias,} \end{cases}$$

III. Simulación con Geant4

Geant4 (GEometry ANd Tracking) es un software desarrollado por el CERN (European Organization for Nuclear Research) que emplea el método Monte Carlo para la simulación del proceso de interacción radiación-materia. Esta plataforma escrita en lenguaje C++ para la programación orientada a objetos, ofrece un conjunto completo de herramientas para la simulación entre otros de un detector, su geometría, la generación de eventos, los materiales, el seguimiento de la partícula, la función respuesta del detector, visualización, almacenamiento de datos, etc. [10]

1. Determinación de secciones eficaces

Debido a la relevancia que para este trabajo adquiere la obtención del coeficiente de atenuación lineal, es necesario abordar la pregunta ¿De qué manera Geant4 define esta cantidad dadas las especificaciones del sistema simulado? Para responder ésto se parte de la obtención de las secciones eficaces para el efecto fotoeléctrico y la dispersión Compton, que, como lo muestra la Figura 1 son los dos únicos posibles eventos a acontecer para la interacción entre la arena y un rayo γ incidente de 511 keV.

a) Sección Eficaz Fotoeléctrica

El proceso de absorción fotoeléctrica es simulado usando una sección eficaz σ_f parametrizada como un polinomio de grado 4 en el inverso de la energía del fotón [11].

$$\sigma_f(Z, E_\gamma) = \frac{a(Z, E_\gamma)}{E_\gamma} + \frac{b(Z, E_\gamma)}{E_\gamma^2} + \frac{c(Z, E_\gamma)}{E_\gamma^3} + \frac{d(Z, E_\gamma)}{E_\gamma^4} \quad (4)$$

Utilizando el método de mínimos cuadrados, un ajuste por separado de cada uno de los coeficientes a , b , c , d a los datos experimentales se llevó a cabo en varios intervalos de energía [12].

La escogencia del *iésimo* elemento con el que el rayo γ interactúa en materiales compuestos, se genera de acuerdo a la probabilidad dada por

$$P(Z_i, E_\gamma) = \frac{n_i \cdot \sigma(Z_i, E_\gamma)}{\sum_i [n_i \cdot \sigma(Z_i, E_\gamma)]},$$

donde n_i es el número de átomos por unidad de volumen del *iésimo* elemento del material.

En general, una fotón puede ser absorbido si $E_\gamma > B_{\text{capa}}$. Las energías de ligadura de las capas dependen del número atómico Z del átomo sobre el que incide la radiación. El valor de B_{capa} es obtenido de una librería incluida en el paquete de instalación llamada **G4AtomicShells** [13].

b) Sección Eficaz de Dispersión Compton

Los datos de la sección eficaz mayores a 10 keV se reproducen por medio de una fórmula empírica dada por [14]

$$\sigma_C(Z, E_\gamma) = \left[P_1(Z) \frac{\log(1 + 2\varepsilon)}{\varepsilon} + \frac{P_2(Z) + P_3(Z)\varepsilon + P_4(Z)\varepsilon^2}{1 + a\varepsilon + b\varepsilon^2 + c\varepsilon^3} \right], \quad (5)$$

donde,

Z = Número atómico del centro dispersor

E_γ = Energía del fotón incidente

ε = E_γ/mc^2

m = Masa del electrón

$P_i(Z)$ = $Z(d_i + e_iZ + f_iZ^2)$

2. Definición de materiales

Geant 4 permite definir los materiales involucrados en el sistema y sus características asociadas como densidad, temperatura y presión, para ésta simulación es relevante la densidad másica. De manera general Geant4 le permite al usuario definir: isótopos, elementos, materiales, compuestos y mezclas por medio de dos clases:

- La clase *G4Element* describe las propiedades de los átomos: número atómico, número de nucleones, de masa atómica, energía de ligadura, y secciones eficaces por átomo.
- La clase *G4Material* describe las propiedades macroscópicas del material: densidad, estado, temperatura y presión. Esta última clase permite definir la mezcla de compuestos como el agua (H₂O) y la arena (SiO₂) a las densidades requeridas para simular situaciones experimentales reales mediante la variable `fractionmass`.

Agua

```
density = 1.000*g/cm3;  
water = new G4Material(name="water", density, nElem=2);  
water->AddElement(e1H, 2);  
water->AddElement(e1O, 1);
```

Cuarzo

```
SiO2 = new G4Material("SiO2",density= 2.20*g/cm3, nElem=2);  
SiO2->AddElement(e1Si, 1);  
SiO2->AddElement(e1O , 2);
```

Arena Húmeda

```
humidSand = new G4Material("humidSand", density= 1.4*g/cm3, nElem=2);  
humidSand->AddMaterial(SiO2, fractionMass=30.0*perCent);  
humidSand->AddMaterial(water, fractionMass=70.0*perCent);
```

La variable `fractionmass` genera la ocupación del volumen definido para la mezcla con una densidad definida con el porcentaje en masa especificado para cada uno de los materiales que conforman la mezcla. En este caso, el 70% de la masa total está constituida por agua, y el 30% por SiO₂.

Dado que un rayo γ incidente interactúa con los electrones del material, la densidad electrónica de cada muestra de suelo representa una variable importante en el

estudio y depende linealmente de la densidad másica del material definida. Debido a que en las simulaciones realizadas se consideraron densidades másicas diferentes para cada humedad, correspondientes a la medición experimental, la relación entre el contenido porcentual de agua y la densidad electrónica para los puntos considerados no es lineal como se esperaría. En la Tabla 1 están los valores de la densidad electrónica para cada uno de los contenidos porcentuales de agua estudiados, 0, 3, 6, 12, 50, 70 y 100%. La Figura 8 muestra la función que representaría dicha relación lineal para una densidad másica fija de 1.4 g/cm^3 .

% de agua	$\rho_{e^-} [\text{e/cm}^3]$
0	4.2145
3	3.9575
6	3.9707
12	4.2716
50	4.4496
70	4.5432
100	3.345

Tabla 1. Densidad electrónica para cada contenido porcentual de agua a la densidad másica empleada.

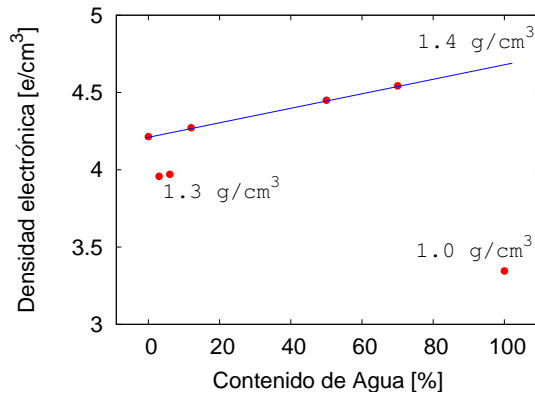


Figura 2. Densidad electrónica en función del contenido porcentual de agua relacionada con la densidad másica de cada mezcla.

IV. Sistema Simulado

La obtención de espectros se basa en la detección simultánea de la radiación emitida tras decaimiento de una fuente de ^{22}Na . Éste núcleo tiene un proceso de decaimiento β^+ (Figura 3) en el cual se emite un positrón que se aniquila con un electrón del medio. El núcleo producto de este decaimiento es $^{22}\text{Ne}^*$ que se desexcita por medio de emisiones γ subsecuentes de 1275 keV. Consecuencia de la conservación del momento lineal, la aniquilación del positrón genera dos rayos γ de 511 keV en direcciones opuestas.

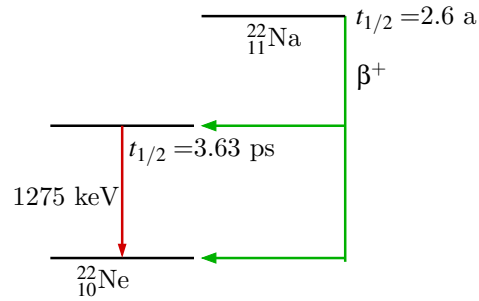


Figura 3. Esquema de decaimiento de ^{22}Na .

Con el fin de detectar la radiación generada por dicha aniquilación de manera simultánea, se ubican dos detectores en posiciones colineales como lo ilustra la Figura 4. Uno de los detectores es de Yoduro de Sodio (NaI) y el otro de Germanio hiperpuro (HPGe). Entre la fuente y el detector de Germanio se encuentra la muestra de suelo a estudiar, de manera tal que la radiación γ detectada por el HPGe atraviesa la muestra de suelo. Los objetivos de obtener el espectro en coincidencias es asegurar que la radiación detectada sea proveniente de un rayo que atraviesa la muestra y que la radiación de 1275 keV no contribuya a la forma del espectro, lo que se consigue gracias al requerimiento de simultaneidad para generar una cuenta en el detector de HPGe. De ésta manera el espectro generado en el detector de HPGe se obtiene, por un parte la de radiación de 511 keV que no interactúa con la materia antes de alcanzar el detector y por otra parte, de la radiación producto de los fotones que interactúan con el suelo y llegan al detector con energías diferentes.

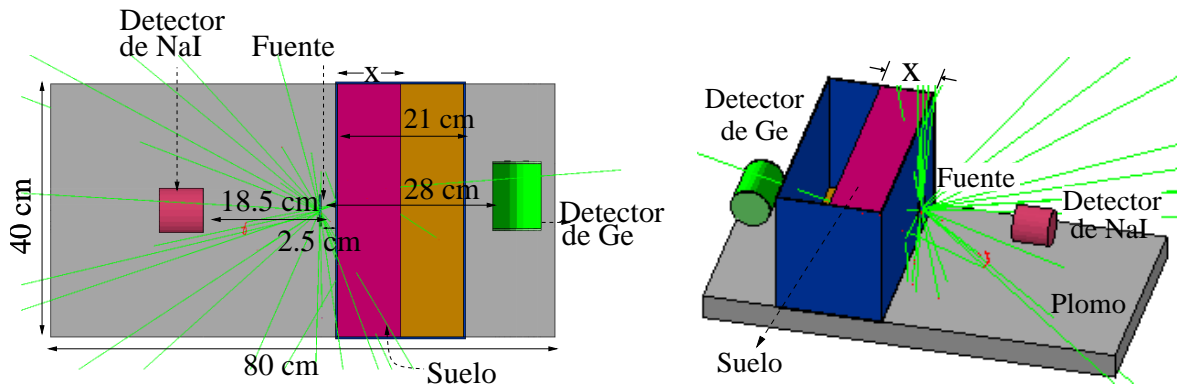


Figura 4. Esquema del sistema simulado.

. Se realiza la simulación del proceso de detección de radiación γ interactuando con muestras de suelo con diferentes valores de humedad y espesores de arena desde $x = 3$ hasta $x = 21$ cm cada 3 cm, el grosor x de las Ecs.(2) y (3) está ilustrado en la Figura 4. Para la adquisición de los espectros en los dos detectores con y sin coincidencias se emplea la herramienta AIDA (Abstract Interfaces for Data Analysis), la cual es un conjunto de interfaces para crear y manipular histogramas, objetos de análisis, tuplas, nubes, etc. [10]

V. Análisis y Resultados

La energía de los rayos γ que interactúan por efecto Compton es [7]

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \varepsilon(1 - \cos\theta)}, \quad (6)$$

donde

$$\begin{aligned} E_\gamma &= \text{Energía del fotón incidente} \\ \varepsilon &= E_\gamma/mc^2 \\ m &= \text{Masa del electrón} \\ \theta &= \text{Ángulo de dispersión} \end{aligned}$$

Para el análisis de los espectros de transmisión obtenidos, la abscisa del espectro se divide en regiones teniendo en cuenta que la energía detectada puede ser debida a un rayo γ que experimenta una o varias dispersiones Compton con diferentes ángulos de incidencia (Figura 5). Las regiones consideradas son:

1. *Compton Simple*

El rango de esta región inicia en cero y termina en la energía máxima registrada en el detector debido a una partícula que interactúa sólo una vez con el material, E^{\max} . Esta energía se conoce en espectroscopía como *Borde Compton* y su valor se obtiene calculando la resta de la energía incidente menos la *energía de retrodispersión*, que es la energía mínima del fotón después de la dispersión, es decir, cuando el ángulo de dispersión es 180° con respecto la dirección de incidencia del fotón.

$$E_{\text{BC}}^\gamma = E_\gamma - E_\gamma(\theta = 180^\circ)$$

donde $E_\gamma = 511$ keV y $E_\gamma = 170.3$ keV así, la energía del Borde Compton es 340.7 keV.

2. *Compton Múltiple*

Si el fotón que interactúa una vez por Efecto Compton dejando una energía en el detector de $E_{\text{detec.}}^\gamma = 340.3$ keV vuelve a interactuar con el detector una o más veces. La energía máxima del fotón tras la segunda interacción será

$$E_{\gamma'} = \frac{170.3}{1 + 2\varepsilon} \quad \text{con} \quad \varepsilon = \frac{170.3}{511.0} \rightarrow E_{\gamma'} = 102.2 \text{ keV},$$

entonces la energía detectada será

$$E_{\text{detec.}}^{\gamma'} = E_\gamma - E_{\gamma'} = 68.1 \text{ keV}.$$

Así, la energía máxima final en el detector debido a las dos interacciones será:

$$E_{\text{detec.}}^{\text{total}} = E_{\text{detec.}}^\gamma + E_{\text{detec.}}^{\gamma'} = 408.8 \text{ keV}.$$

Un rayo incidente puede interactuar más veces en el detector, sin embargo, en los espectros simulados no se observa variación en la intensidad para energías mayores a la correspondiente a dos interacciones Compton, es decir hay poca probabilidad de que ocurran 3 o más dispersiones Compton en el detector para el sistema estudiado

3. *Dispersión en Ángulos Bajos*

Las cuentas cercanas a la región del fotopico con $E_\gamma < 511$ keV corresponden a los fotones que interactúan con el suelo y se dispersan en ángulo pequeño, luego alcanzan el detector y entregan su energía.

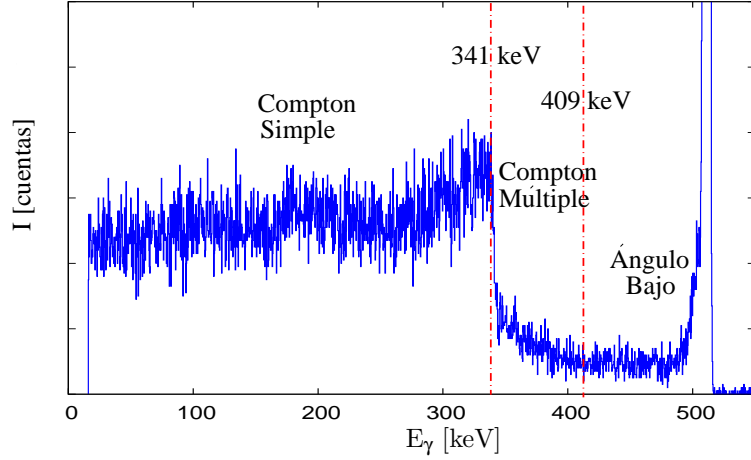


Figura 5. División del espectro de transmisión en regiones

Se obtienen los espectros de transmisión con y sin coincidencias en el detector de HPGe variando el grosor de la capa de suelo para diferentes valores de humedad, Figura 6.

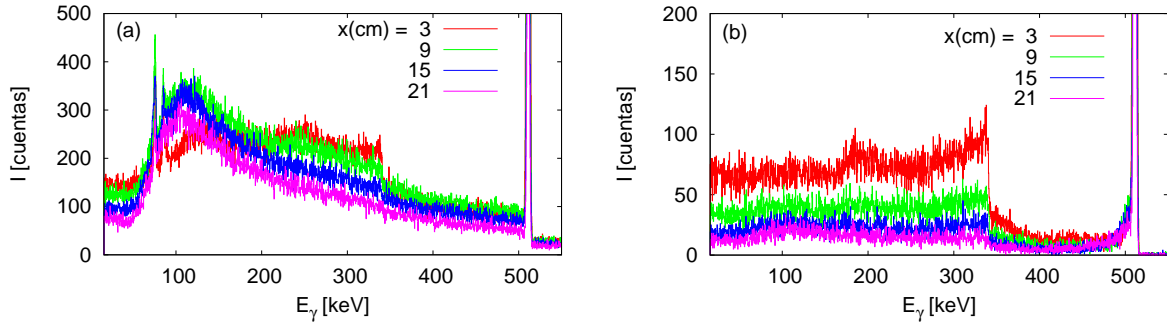


Figura 6. Espectros sin coincidencias (a) y con coincidencias (b) para diferentes grosores de arena para un contenido de agua de 12%.

Las diferencias entre las formas de los espectros son debidas principalmente a la contribución del factor de Buildup que hace que la intensidad de la región de energías $E_\gamma \lesssim 170$ keV aumente con el grosor de la capa de arena en los espectros sin coincidencias, es decir sin colimación, debido a esto las cuentas próximas al Borde Compton disminuyen y tienen un forma más suave.

Se obtiene el coeficiente de atenuación lineal (ecuación 2) con las intensidades obtenidas en la simulación. Dichos coeficientes se comparan con los reportados por la base de datos del NIST [14] en la Tabla 2, donde se observa que la diferencia porcentual es pequeña.

% de agua	$\mu/\rho_{sim.}$ [g/cm ²]	μ/ρ_{NIST} [g/cm ²]	diferencia %
0	0.0871 (3)	0.0866	0.6
3	0.0863 (7)	0.0869	0.7
6	0.0877 (3)	0.0871	0.8
12	0.0878 (5)	0.0877	0.2
50	0.0907 (3)	0.0913	0.6
70	0.0933 (1)	0.0932	0.9
100	0.0976 (9)	0.0960	1.6

Tabla 2. Coeficiente de atenuación másica para diferentes combinaciones porcentuales entre SiO₂ y H₂O.

Se comparan los resultados de la simulación con espectros obtenidos experimentalmente en los que se empleó un detector plástico en lugar del de NaI [14]. Para los espectros de detección sin coincidencias (Figura 7a) se observa un aumento significativo de cuentas del espectro experimental con respecto al simulado desde $E_\gamma < 240$ keV aproximadamente. Las cuentas correspondientes a energías menores que la del pico de retrodispersión (170 keV) son generadas por fotones que realizan múltiples dispersiones con el entorno y llegan finalmente al detector. En la simulación el único elemento con el que podría interactuar un fotón que realice este proceso es el suelo, sin embargo, en una situación experimental real hay más elementos en el entorno, razón por la cual para el rango mencionado de energía se observa un aumento en la intensidad experimental con respecto a la simulada. El punto máximo de esta región se encuentra en una energía de aproximadamente 102 keV, valor que corresponde a la energía detectada después de dos retrodispersiones. Esto indica que una vez realizada la primera retordispersión, la probabilidad de realizar una segunda retordispersión aumenta.

Las diferencias entre los espectros obtenidos con coincidencias (Figura 7b) pueden ser debidas a baja estadística en la simulación, ó a que el detector plástico empleado en el experimento es más eficiente a bajas energías que el detector de NaI de la simulación. En el espectro experimental en coincidencias se presenta un corte en la detección a una energía de aproximadamente 25 keV que se debe a un umbral de detección definido en la electrónica del experimento.

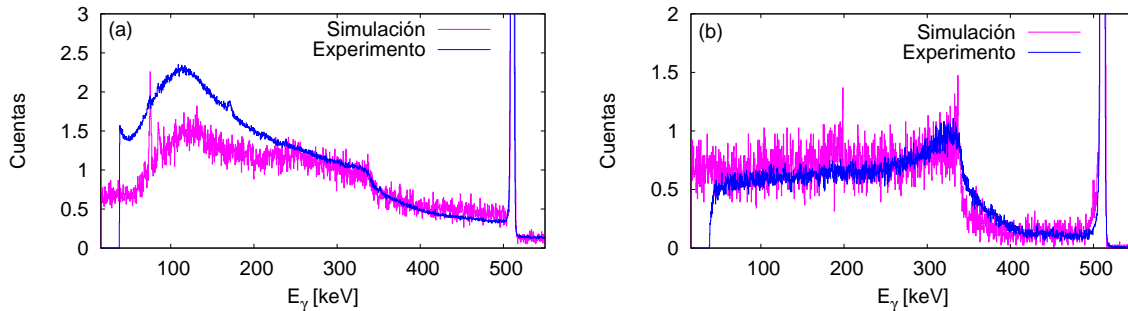


Figura 7. Comparación entre el experimento y la simulación. (a) Detección sin coincidencias, (b) detección con coincidencias.

Espectros sin coincidencias

El factor de Buildup puede generar cuentas en todo el rango de energía del espectro de transmisión menos en el rango del fotopico debido a que un fotón que es dispersado por el entorno y llega a ser detectado, tiene una energía necesariamente menor que la del fotopico, es decir que la del fotón incidente que no interactúa con el medio antes de ser detectado.

La Figura 8a muestra la intensidad total transmitida menos la intensidad del fotopico ($I_T - I_f$) en función de el grosor de la capa de suelo para detección sin coincidencias. El número de cuentas aumenta con el grosor de la capa hasta cierto valor máximo a partir del cual la intensidad transmitida decrece con el grosor debido a la atenuación lineal, sin embargo, no es un decaimiento exponencial, porque está modificado por el factor de Buildup. El punto máximo o de inflexión de la gráfica (Figura 8) corresponde al valor del camino libre medio λ del un rayo γ de 511 keV incidiendo en el material. Esto es porque el λ representa la distancia que eventualmente podría viajar un fotón en un material sin ser absorbido por los electrones de dicho material. Cuando el grosor de la capa de suelo es menor que λ , la probabilidad de que el fotón sea dispersado es mayor que la probabilidad de que sea absorbido, es por esto que el factor de Buildup es más importante que la fotoabsorción en el rango de distancias menores que λ . Para grosores mayores λ la relación de probabilidades entre fotoabsorción y dispersión es inversa a la mencionada anteriormente. Así la forma funcional que describe esta región debe corresponder a la atenuación exponencial debida a la fotoabsorción modificada por el factor de Buildup. El valor de λ depende de la densidad electrónica de cada muestra, y de la sección eficaz de la interacción entre un fotón incidente con una E_γ determinada (Figura 1).

$$\lambda = \frac{1}{\mu(n, \sigma(E_\gamma, \rho_e^-))}.$$

El cálculo de λ se realiza con los valores obtenidos para el μ de cada muestra (Tabla 2). y estan en la Tabla 3.

% de agua	$\lambda_{sim.}$ [cm]
0	8.19
12	8.13
50	7.87
70	7.72
100	10.24

Tabla 3. Camino libre medio para fotones con $E_\gamma = 511$ keV para diferentes combinaciones porcentuales entre SiO_2 y H_2O .

Restando la intensidad debida al fotopico (Ec. 2) de la Intensidad para todo el espectro con Buildup (Ec. 3) se obtiene la intensidad debida al factor de Buildup El comportamiento funcional de la intensidad total menos la intensidad del fotopico teniendo en cuenta el Buildup es

$$\begin{aligned} I_t - I_f &= I_o e^{-\mu x} (B(x) - 1) \\ &= I_o e^{-\mu x} (e^{a_0 + a_1 \mu x + a_2 (\mu x)^2} - 1) \end{aligned} \quad (7)$$

pero para realizar un buen ajuste a esta función es necesario obtener la intensidad para puntos intermedios de grosor a los considerados. Es por este motivo que el comportamiento de la intensidad debido al Buildup se ajusta a una función mas sencilla (Figura 8b).

$$I_t - I_f = \begin{cases} a_1x + b_1 & \text{para } x < \lambda, \\ a_2x + b_2 & \text{para } x > \lambda, \end{cases} \quad (8)$$

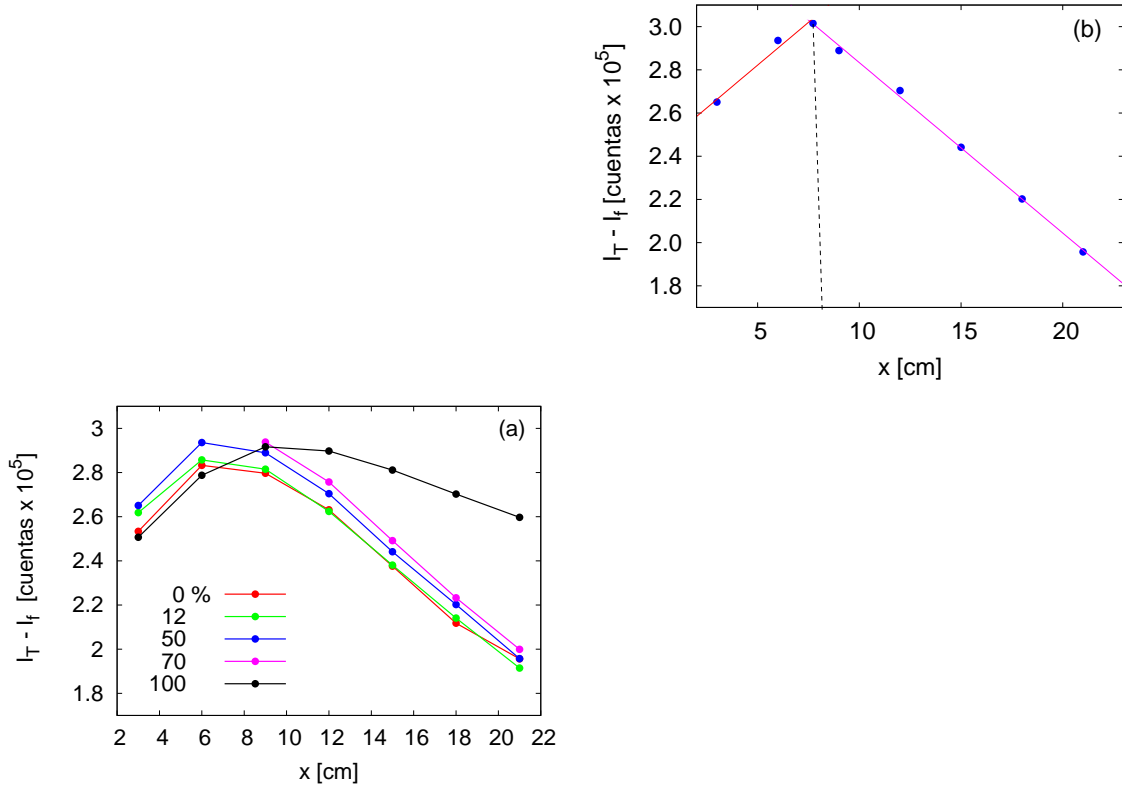


Figura 8. $I_T - I_f$ en función de el grosor de la capa de arena. (a) Para diferentes humedades, (b) para una humedad del 50% con el ajuste a la función para la intensidad con Buildup.

Los parámetros de los ajustes se muestran en la Figura 9, donde se observa que la pendiente para el rango de $x > \lambda$ disminuye con la densidad electrónica, sin embargo para el rango $x < \lambda$ no está clara esta relación, por lo cual es necesario, como se dijo, realizar corridas de la simulación para puntos intermedios de grosores de capa.

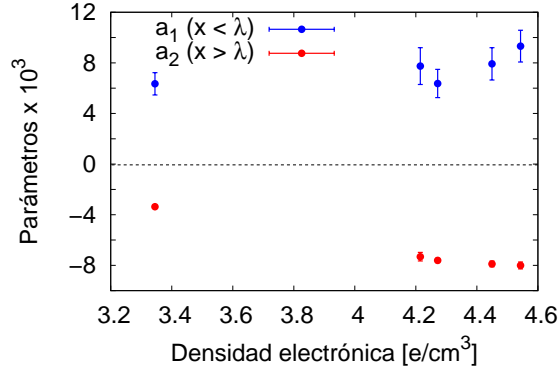


Figura 9. Parámetros del comportamiento funcional de $I_T - I_f$ ajustados a la ecuación (8) para diferentes combinaciones porcentuales entre SiO_2 y H_2O .

Espectros con coincidencias

Considerando el número de cuentas en el espectro en coincidencias dividido por regiones (Figura 10), se observa que el comportamiento funcional de la intensidad en el fotopico muestra un decrecimiento exponencial con el grosor de arena. A partir de cierto grosor de arena, la región de *Compton simple* tiene una contribución más importante a la atenuación total que el efecto fotoeléctrico. La región de *Ángulo Bajo* muestra un crecimiento suave hasta cierto grosor de arena, aproximadamente 12 cm, a partir de ese valor, la intensidad en esa región decrece con el aumento del espesor. Este crecimiento inicial es debido a la proporcionalidad que existe entre la probabilidad de dispersión y el espesor de arena. El posterior decrecimiento se debe a que la absorción es el fenómeno dominante para cantidades grandes de arena. También se observa en ésta figura que el comportamiento de la región de *Compton simple* en coincidencias es muy similar al del fotopico modificado por el factor de Buildup.

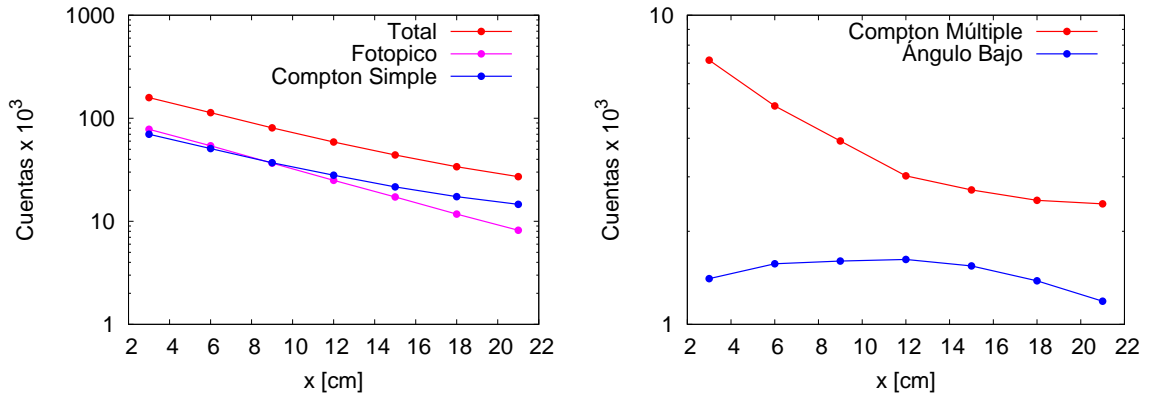


Figura 10. Número de cuentas en coincidencias para cada región como función del grosor para un contenido de agua del 50%.

Se realiza el ajuste de la intensidad en la región de *Compton Simple* a la forma funcional descrita en la ecuación (3) con la consideración realizada en la Ref. [9] para la detección en

coincidencias. Teniendo en cuenta tal consideracion de [9] función que se ajusta es

$$I = I_0 e^{-\mu x} e^{m x^2}, \text{ donde } m = a_2 \mu^2 \quad (9)$$

El ajuste de ecuación la (9) a los puntos simulados se muestra en la Figura 10. Los coeficientes calculados debido al factor de Buildup en coincidencias son un orden de magnitud menores que el coeficiente de atenuación másica para la situación experimental descrita (Tabla 4). La detección en coincidencias permite a los resultados experimentales acercarse a las condiciones ideales de colimación y dirección, sin embargo, la probabilidad de que un fotón sea detectado después de ser dispersado por el medio existe, pero este medio ya no corresponde a todo el entorno sino a los elementos que se encuentran dentro del ángulo sólido que abarca el haz, que en este caso corresponde a la muestra de suelo, es por ésto que el Buildup en coincidencias es un factor importante a la hora de entender la interacción entre un rayo γ y el blanco de estudio para analizar la forma de los espectros y las variaciones en la intensidad de la región Compton en función de la distancia.

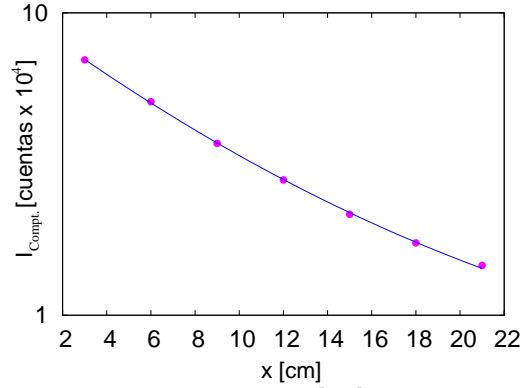


Figura 11. Intensidad en la región Compton como función de la distancia para un porcentaje de agua de 50 %.

% de agua	$\mu/\rho_{sim.} \times 10^{-2}$ [g/cm ²]	$m/\rho_{sim.} \times 10^{-3}$ [g/cm]
0	7.98(9)	0.58 (5)
6	9.1(1)	1.24 (9)
12	8.7(1)	1.05 (8)
50	8.9(1)	1.04 (9)
70	9.0(1)	1.10 (9)
100	6.98(8)	1.24 (9)

Tabla 4. Coeficiente de atenuación másica y coeficiente debido al *Buildup* para diferentes combinaciones porcentuales entre SiO₂ y H₂O.

Al normalizar los espectros a la altura del fotopico se observa que el Borde Compton tiene la misma intensidad relativa para todas los grosores (Figura 12). Sin embargo, con el aumento del grosor de la capa, aumenta la probabilidad de que dos interacciones a ángulo grande ocurra en la arena. Esto explica por qué para grosores entre 12 y 21 cm aparece una contribución de retrodispesión múltiple, observable en un aumento en el número de cuentas para $E_\gamma < 170$ keV. Esta normalización también permite ver los efectos del aumento del grosor de la capa de arena

en el incremento relativo del número de cuentas en la región de dispersión a ángulo bajo en la arena con respecto al resto del espectro. La variación en el número de cuentas con respecto a la distancia de los espectros normalizados para diferentes humedades se muestra en la Figura 13.

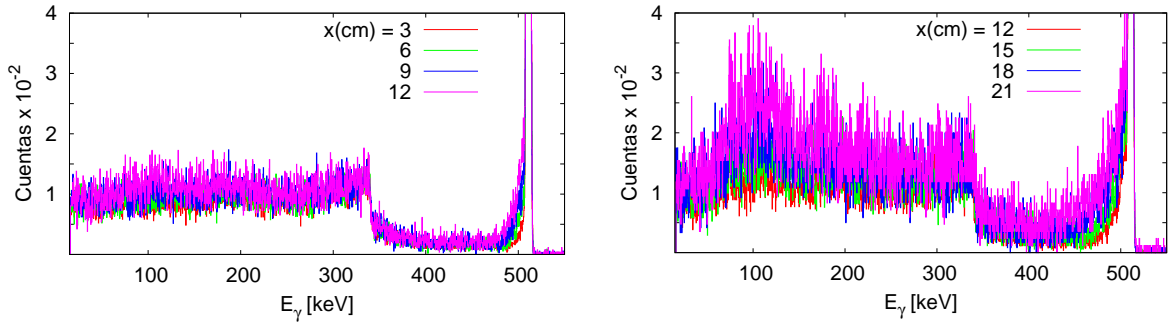
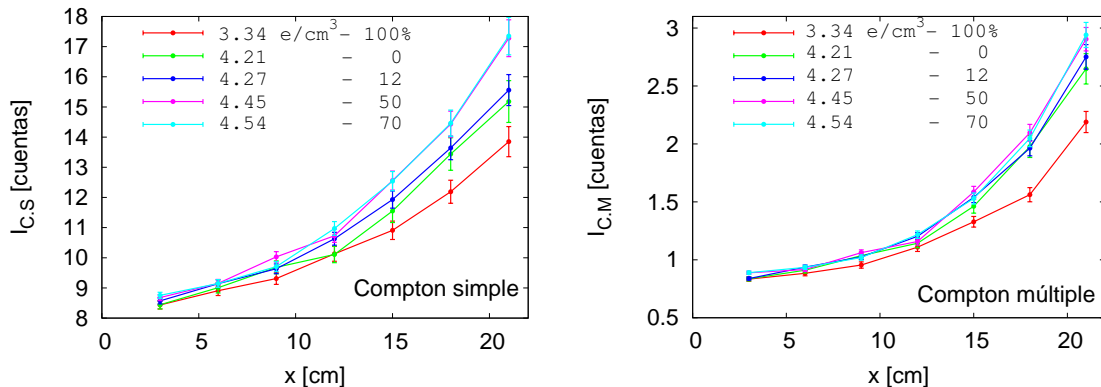


Figura 12. Espectros de detección con coincidencias normalizados a la altura del foto pico para un 50 % de agua

Para las regiones de una y múltiples interacciones Compton el comportamiento funcional con respecto a la distancia es similar. Se observa un incremento en el número de cuentas con la densidad electrónica del material blanco, sin embargo, las diferencias no son muy grandes para densidades electrónicas cercanas. Es éste el caso de la arena seca y arena con 12% de humedad que tienen densidades electrónicas de 4.21 y 4.27 e/cm^3 respectivamente por lo que la diferencia en el número de cuentas para cada región de estos puntos es pequeña.

En la región de dispersión a ángulo bajo el número de cuentas incrementa de una forma más suave con el grosor de material en este rango de distancias. También al comparar los comportamientos funcionales para varias densidades en esta región se observa que para grosores pequeños, el número de cuentas a diferentes densidades no varía mucho, sin embargo, a medida que aumenta el grosor de la capa se hace más notoria la diferencia en el número de cuentas para densidades diferentes.

Para obtener una descripción funcional certera de la intensidad con respecto a la distancia para cada una de las regiones incluidas en este análisis es necesario obtener espectros con mayor estadística, es decir, del orden de 10^9 eventos por cada corrida, y además con puntos intermedios a los considerados para el grosor de la capa de arena.



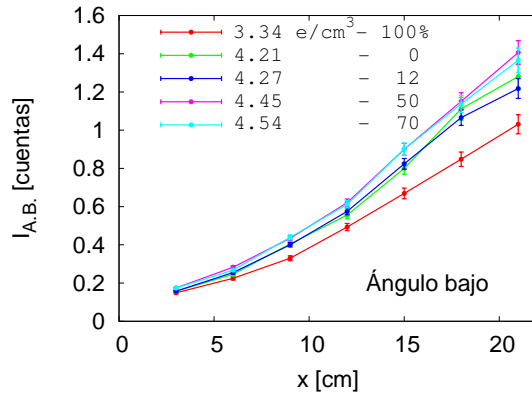


Figura 13. Número de cuentas en las regiones (a) Compton simple, (b) Compton múltiple, y (c) Ángulo bajo, en función de la distancia para diferentes humedades

Coefficiente de atenuación lineal como función de la densidad electrónica

La variación del coeficiente de atenuación lineal con respecto a la densidad electrónica se muestra en la Figura 14. Lo que se encuentra es que ésta relación puede ser descrita mediante una función lineal como indica la ecuación 1. Las barras de error nos dan una idea de lo que podríamos esperar como resultado en un experimento.

$$\mu(\rho_{e^-}) = -0.0269(7)\rho_{e^-} + 0.007(3)$$

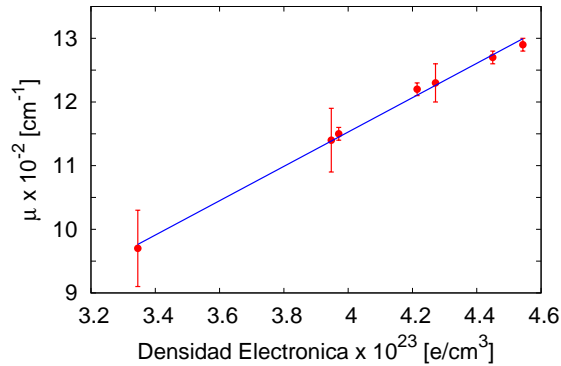


Figura 14. Coeficiente de atenuación lineal en función de la densidad electrónica.

VI. Conclusiones y Perspectivas

En el caso de variación de contenidos porcentuales de agua y arena en la mezcla, es la densidad electrónica el factor relevante para estudiar el cambio de las formas espectrales. Además, se confirma en la simulación que μ tiene una variación estadísticamente lineal con respecto a ρ . Es necesario realizar un estudio para muestras de suelo que contengan todos los compuestos involucrados en este sistema, ya que algunas variables adicionales podrían entrar en consideración en el estudio.

La probabilidad de ocurran dos retrodispersiones en el suelo, es mayor que otras multiples dispersiones.

La intensidad transmitida debido al Buildup en función del grosor en detección sin coincidencias, muestra un máximo correspondiente al valor del camino libre medio de la interacción en consideración. Para grosores menores que λ el Buildup es el factor predominante, mientras que para grosores menores que λ la interacción que predomina es la fotoabsorción. La intensidad transmitida en la región Compton para detección en coincidencias muestra que el parámetro que determina el factor de Buildup es un orden de magnitud menor que el coeficiente de atenuación lineal, sin embargo, éste coeficiente permite entender mejor cómo interacciona la radiación con el blanco específico a estudiar, ya que el Buildup generado en esta situación es debido a fotones dispersados exclusivamente en el suelo y que posteriormente llegan al detector. No se logra observar una tendencia en el comportamiento de este factor con respecto la densidad electrónica del suelo. Para conseguir resultados en esa dirección es necesario realizar estudios con mayor estadística y considerando una misma densidad másica para todas las mezclas variando el peso porcentual de agua y de suelo.

De el analisis por regiones de los espectros en coincidencias se concluye que la intensidad de la region Compton tiene un comportamieto exponencial con una leve dependencia cuadrática. El análisis de las regiones de interés para los espectros normalizados muestra que la intensidad de las regiones de Compton simple y múltiple varían cuadráticamente con el espesor de la capa. Con respecto a la densidad electrónica de la muestra, se observa que para capas de suelo menores a $9\text{cm} \approx \lambda$, la intensidad no varía de manera relevante, sin embargo, para capas más gruesas, la diferencia se hace más notoria, evidenciándose un aumento en la intensidad debido a estos fenómenos en función de la densidad electrónica.

Es necesario llevar a cabo un estudio similar para la situación de retrodispersión, para obtener una visión mas profunda de estos fenómenos relacionados con el proyecto de generar imágenes en un dispositivo portátil.

Apéndice

Viabilidad de la combinación de densidad y contenido porcentual de los componentes de la mezcla.

En este estudio se consideraron diferentes relaciones porcentuales de agua y arena para las mezclas estudiadas, con una densidad másica total para la mezcla. Debido a que Geant4 permite simular cualquier tipo de combinación entre estas variables sin tener en cuenta si es una situación real posible o no, es necesario evaluar si las mezclas estudiadas tienen posibilidad de generarse en la vida real a las densidades másicas definidas.

La variable `fractionmass` otorga una cantidad de masa determinada por ejemplo, si $\rho_{total} = 1.4 \text{ g/cm}^3$ y los contenidos masicos porcentuales de la mezcla son 30% de suelo y 70% de agua, debido a que el volumen es fijo, las densidades de la mezcla total quedan repartidas así.

$$\begin{aligned} \rho_{total} &= 0.03\rho_{total}(\text{SiO}_2) + 0.03\rho_{total}(\text{H}_2\text{O}) \\ 1.4 \text{ g/cm}^3 &= 0.42 \text{ g/cm}^3(\text{SiO}_2) + 0.98 \text{ g/cm}^3(\text{H}_2\text{O}) \end{aligned} \quad (10)$$

asi, que en un gramo de mezcla habrá 0.98 g de H₂O y 0.42 g de SiO₂.

Volviendo a la situación real donde el agua es un líquido incompresible a densidad fija de 1 g/cm³ tenemos que en un cm³ de mezcla debería haber 0.98 cm³ de agua, lo que implica 0.02cm² de suelo que deben pesar 0.42 g, de esta manera la densidad que requeriría el suelo para que se generara una mezcla con 1.4 g/cm³ en este caso sería

$$\rho_{suelo} = \frac{0.42}{0.02} \text{ g/cm}^3 = 21 \text{ g/cm}^3. \quad (11)$$

El suelo tiene un límite de compactación que depende del tamaño de grano y la composición del suelo y de la relación porcentual de humedad, pero una buena idea de máximo de compactación está alrededor de 2 g/cm³ [16], lo cual convierte a la situación simulada en imposible en la vida real. Sin embargo, al ser la densidad electrónica la variable relevante para la descripción de los fenómenos considerados en este estudio, las conclusiones obtenidas no pierden validez.

Referencias

- [1] Filiz Baytas, A. Determination of soil parameters by gamma-ray transmission. *Radiation Measurements* **35**, (2002), 17-21.
- [2] Rao, S.M. Nuclear radiations applications in hydrological investigations. *Radiat. Phys. Chem.* **11**, (1978), 335-346.
- [3] Keil, E. and Sessler, A. M. and Trbojevic, D., Hadron cancer therapy complex using nonscaling fixed field alternating gradient accelerator and gantry design, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **10** , American Physical Society, (2007), 276-284
- [4] Evans, B. L., et al, Nondestructive Inspection Using Compton Scatter Tomography. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, **45**, (1998), 950-956.
- [5] Gerl J., *Gamma-ray imaging exploiting the Compton effect.*, *Nuclear Physics A*, **752**, (2005), 688-695.
- [6] Sumner M. E., Editor-in-Chief. *Handbook of Soil Science*. Taylor & Francis Group, 2000.
- [7] Leo W.R. *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*. Springer-Verlag, 1994.
- [8] Oliveira, C. and Salgado, J. Design and calibration of gamma ray transmission density probe. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A* **260** (1987), 276-279.
- [9] Melo L . Trabajo de Grado, Universidad Nacional de Colombia, (2010).
- [10] <http://geant4.web.cern.ch/geant4/>
- [11] Biggs F. and Lighthill R., Preprint Sandia Laboratory, SAND 87-0070 (1990)
- [12] Grichine V.M., Kostin A.P., Kotelnikov S.K. et al., *Bulletin of the Lebedev Institute* no. 2-3, **34** (1994).
- [13] <http://geant4.web.cern.ch/geant4/G4UsersDocuments/UsersGuides/PhysicsReferenceManual/html/node38.html>
- [14] Cortés M., Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia (2010).
- [15] <http://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/Text/XCOM.html>
- [16] Zamora J, Trabajo de Grado, Universidad Nacional de Colombia, (2008).