

Medición de la radiación γ en una muestra de suelo del Campus de la Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá

Trabajo de Grado presentado para
optar al título de Físico

Wilson Javier Blanco Núñez

Director: Dr. Fernando Cristancho Mejía

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
Bogotá, Noviembre 2003

Índice General

1	La Radiactividad Natural	1
1.1	Ley de Decaimiento Radiactivo	2
1.2	Cadenas Radiactivas	3
1.3	Cadenas radiactivas naturales	6
2	Espectroscopía de Rayos Gamma	10
2.1	Interacción de los rayos γ con el detector	11
2.1.1	Efecto fotoeléctrico	12
2.1.2	Efecto Compton	12
2.1.3	Producción de pares	13
3	Detectores	15
3.1	Características de un Detector	15
3.1.1	Eficiencia	16
3.1.1.1	Calibración en eficiencia	17
3.1.2	Resolución de la Energía	17
3.2	Detectores Semiconductores	18
3.2.1	Semiconductores Puros	18
3.2.2	Semiconductores Tipo n	19
3.2.3	Semiconductor tipo p	20
3.2.4	Semiconductor tipo n-p	21
3.2.5	Detectores Semiconductores Hiperpuros	22
4	Toma de Muestras y Equipo Experimental	23
4.1	Toma de Muestras	23
4.2	Montaje Experimental	23
5	Distribuciones	26
5.1	La Distribución Normal	27
5.2	Ajuste de las distribuciones teóricas a distribuciones de frecuencia muestrales	28
5.3	Cálculo de las áreas	33
5.4	Propagación de errores para el cálculo del área bajo la función $F(x)$	35
5.4.1	Cálculo de los errores	36
5.5	Propagación de errores para el cálculo del área bajo la función $G'(x)$	37

6	Calibración del Detector	38
6.1	Calibración en Energía	38
6.2	Calibración en Eficiencia	40
6.2.1	Cálculo de la Eficiencia	40
6.2.2	Ajuste de la Eficiencia	42
7	Identificación de las Energías de las Transiciones γ	43
7.1	Espectro de Energías de la muestra A	43
7.2	Espectro de Energías para la muestra B	46
8	Verificación de la condición de equilibrio secular	48
8.1	Corrección de las intensidades de los fotopicos	48
8.1.1	Corrección de las intensidades para los fotopicos del espectro con ajustes a <i>gaussianas deformadas</i>	52
8.1.2	Análisis de resultados ajustes gaussianas deformadas	54
8.1.3	Corrección de las intensidades para los fotopicos del espectro con ajustes a <i>gaussianas</i>	55
8.1.4	Análisis de resultados ajustes gaussianas	58
9	Resumen y Conclusiones	61
	Bibliografía	69

Índice de Figuras

1.1	Cadena de decaimiento para tres núcleos.	3
1.2	Número relativo de núcleos en función del tiempo. Las constantes utilizadas en la gráfica son $N_A(0) = 100$, $\lambda_A = 379$, $\lambda_B = 42.3$	5
1.3	Número de núcleos N_A y N_B con tiempos de vida $\tau_A = 10$ horas y $\tau_B = 1$ hora.	6
1.4	Cadena radiactiva natural del ^{232}Th	7
1.5	Cadena Natural de Decaimiento de ^{238}U	8
1.6	Diagrama de decaimiento del ^{40}K	9
2.1	Efectos de un material detector en el espectro.	11
3.1	Forma característica de la curva de eficiencia relativa. [7]	16
3.2	Contraste entre las resoluciones en la energía de detectores de centelleo y de semiconductor. [7].	17
3.3	Estructura de bandas para un material aislante y un semiconductor.	19
3.4	Diagrama esquemático de los enlaces en un semiconductor tetravalente al que se ha añadido una impureza pentavalente	20
3.5	Diagrama esquemático de los enlaces en un semiconductor tetravalente al que se ha añadido una impureza trivalente	20
3.6	Cristal semiconductor polarizado a la inversa	21
4.1	Diagrama del montaje experimental	24
4.2	Diagrama del cristal semiconductor	25
5.1	Distribución Gaussiana o Normal	26
5.2	Ajuste de un histograma experimental a una distribución Gaussiana o Normal	27
5.3	Distribución de Frecuencias generada en la detección de una serie de rayos γ con el detector de Germanio Hiperpuro	28
5.4	Ajuste de una función gaussiana a un Histograma de Frecuencias de un fotopico obtenido con un detector de HPGe	29
5.5	Gráfica de la componente $S(x)$, acompañada de la función exponencial $\exp((x-c)/\beta)$ y de la función $\text{ERFC}((x-c)/\sigma)$	31
5.6	Función $T(x)$ para diferentes valores de σ	32
5.7	Ajuste del histograma experimental a la función propuesta $F(x)$	33
5.8	Diagrama del área neta calculada	34
5.9	Ajuste parametro R en función de la Energía	36
5.10	Ajuste parametro β en función de la Energía	37

6.1	Ajuste Energia-Canales.	39
6.2	Ajuste de la curva de la eficiencia	42
7.1	Espectro de la muestra A	45
7.2	Espectro de la muestra B	47
8.1	Diagrama de una parte de la cadena natural de ^{232}Th	49
8.2	Diagrama de transiciones γ para el ^{208}Pb [12]	50
8.3	Valores obtenidos para N_{padre} en la muestra A con ajustes a gaussianas deformadas (Tablas 8.2 y 8.3)	53
8.4	Valores obtenidos para N_{padre} en la muestra B con ajustes a gaussianas deformadas (Tablas 8.4 y 8.5)	53
8.5	Valores obtenidos para N_{padre} en la muestra A con ajustes a gaussianas (Tablas 8.6 y 8.7)	57
8.6	Valores obtenidos para N_{padre} en la muestra B con ajustes a gaussianas (Tablas 8.8 y 8.9)	57
8.7	Valores obtenidos para N_{padre} del promedio de las muestras A y B (Tablas 8.10 y 8.11)	60
9.1	Funciones <i>Error</i> y <i>Error Complemento</i>	64

Capítulo 1

La Radiactividad Natural

La *radiactividad* es el fenómeno por el cual un núcleo inestable espontáneamente emite una partícula o un *rayo gamma*. Muchos procesos radiactivos incluyen el *decaimiento* α , y el *decaimiento* β , en el cual se emite un electrón (decaimiento β^-) o un positrón (decaimiento β^+).

La radiactividad natural es aquella que proviene del medio ambiente, es decir, de la desintegración de isótopos radiactivos presentes en la corteza terrestre (rocas, agua, etc), los elementos radiactivos naturales se encuentran distribuidos en forma bastante uniforme en las rocas y suelos de la corteza terrestre; la mayor parte de la radiación proviene de los isótopos agrupados en las series naturales de decaimiento (^{238}U , ^{235}U y ^{232}Th) las cuales se encuentran en todo el planeta. Las concentraciones de estos materiales hacen que la radiactividad varíe de un lugar a otro, y que diferentes tipos de rocas y suelos sean diferenciables dependiendo de las razones entre las concentraciones de algunos isótopos radiactivos presentes en su composición.

En segundo lugar la radiactividad natural puede provenir de los isótopos radiactivos que forman parte de los seres vivos, y por último por la presencia de algunos de los radioisótopos que se ligan a la radiación cósmica. La radiación cósmica primaria es aquella que se origina en el espacio exterior; está constituida principalmente por protones y partículas alfa de energía muy elevada. Al pasar a través de la atmósfera interactúa con los elementos presentes en ésta, y como consecuencia de esta interacción se originan radiación gamma, electrones, neutrones, mesones y otras partículas energéticas, cuyo conjunto constituye lo que se conoce con el nombre de radiación cósmica secundaria.[1]. Existen además otras fuentes de radiación que afectan a la población: las que se utilizan en equipo médico, o bien las que provienen de concentraciones muy elevadas de radioisótopos en recintos cerrados y, en general, del extenso uso que se ha dado en este siglo a la energía nuclear.

La radiación natural se consideró durante décadas como un fenómeno normal que existía en la naturaleza, de manera que el hombre podía ignorarla. Esta forma de pensar cambió al finalizar la década de los setenta, pues la radiación natural se había duplicado, y ciertos laboratorios, preocupados por sus efectos, iniciaron estudios.

1.1 Ley de Decaimiento Radiactivo

La **Actividad** de una muestra radiactiva se define como el número de *decaimientos por unidad de tiempo*. Un decaimiento por su parte es un proceso en el cual un núcleo se transforma en otro núcleo o pasa de un estado de energía excitado a otro estado de menor energía.

El primer problema al que uno se enfrenta cuando quiere estudiar la desintegración radiactiva es el de observar el comportamiento del crecimiento o disminución de la radiactividad.

Los experimentos realizados a principios del siglo XX por Crookes, Becquerel, Soddy y Rutherford [1, 2, 5, 8] proporcionaron las primeras informaciones del modo como una sustancia radiactiva se transforma en otra. Rutherford y Soody establecen de sus observaciones experimentales del Torio la **Ley de decaimiento radiactivo** (válida para todas las sustancias radiactivas), la cual expresa que la actividad de una muestra radiactiva es proporcional al número de núcleos que se desintegran por unidad de tiempo. La curva experimental de decaimiento de la actividad sugería naturaleza exponencial, de modo que la actividad podía expresarse mediante la relación:

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}. \quad (1.1)$$

De esta ley se deduce que el número promedio de decaimientos en un intervalo de tiempo dt para una muestra con N núcleos de la misma especie está dado por:

$$dN = -\lambda N dt, \quad (1.2)$$

donde λ según la mecánica cuántica es una constante que representa la probabilidad de transición por unidad de tiempo para el proceso de decaimiento. Cuando un núcleo tiene más de una forma de decaer, λ es la suma de las constantes de decaimiento para cada uno de los procesos.

Además, si N es muy grande es posible considerarla como una variable continua, entonces la ecuación puede ser considerada como la forma diferencial de la ley de decaimientos radiactivos que al ser integrada toma la forma exponencial:

$$N(t) = N(0) e^{-\lambda t} \quad (1.3)$$

donde $N(0)$ es el número de núcleos en el instante inicial $t = 0$.

Finalmente tendríamos que la actividad está relacionada con el número de núcleos por [3]:

$$A(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t) \quad (1.4)$$

La constante de decaimiento radiactivo está igualmente ligada con el **tiempo de vida**, y debido a su gran importancia en los procesos radiactivos se hace indispensable conocer su definición. Este es el inverso de λ :

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (1.5)$$

y representa el tiempo en que la muestra disminuye su actividad en $1/e$ de su actividad inicial.

A veces en las tablas de isótopos es reportado otro tiempo igualmente importante, éste es el llamado **tiempo de vida medio** ($T_{1/2}$), definido como el tiempo para el cual la actividad de la muestra se hace la mitad de la actividad inicial.

Ambos tiempos se relacionan así:

$$T_{1/2} = \tau \ln 2, \quad (1.6)$$

y suelen ser reportados sin que haya preferencia por alguno de ellos.

1.2 Cadenas Radiactivas

Experimentalmente se encontró que los isótopos que aparecen en la naturaleza forman tres series en cada una de las cuales el núclido predecesor engendra, por desintegración radiactiva, un núclido residual, que a su vez se desintegra también, continuándose el proceso hasta llegar a un producto final estable (núcleo estable). En el estudio de una serie radiactiva tiene interés conocer el número de átomos de cada término de la misma en función del tiempo, problema cuya solución depende de la integración de un sistema de ecuaciones diferenciales.

A modo de ejemplo vamos a considerar el decaimiento de un núcleo padre A al núcleo B , y luego debido a la radiactividad de B éste segundo decae a un nuevo núcleo C estable. (ver figura 1.1).

La rata de decaimiento del núcleo A viene dada por:

$$\frac{dN_A}{dt} = -\lambda_A N_A \quad (1.7)$$

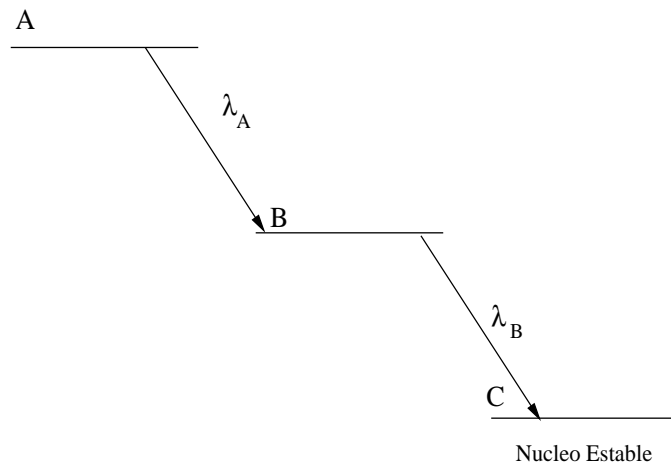


Figura 1.1: Cadena de decaimiento para tres núcleos.

La rata de decaimiento de B viene dada por la diferencia entre el número de núcleos B que se están formando, es decir la rata de decaimiento del núcleo A , y la respectiva razón de desintegración del núcleo B :

$$\frac{dN_B}{dt} = \lambda_A N_A - \lambda_B N_B. \quad (1.8)$$

En las anteriores ecuaciones λ_A y λ_B son las constantes de decaimiento de los radionúclidos A y B , respectivamente, N_A y N_B son el número de núcleos en un tiempo dado t .

El núcleo C por su parte se asume como un núcleo estable, no presenta ningún tipo de desintegración por medios radiactivos; esto quiere decir que siempre se van a estar creando núcleos C , su crecimiento es regular con el tiempo, de modo lento al principio, pero cuando t se hace muy grande N_C se acerca al valor de N_A , pues los núcleos de éste, acabaran convirtiendose en núcleos finales estables. El crecimiento de N_C depende de la rata de decaimiento del núcleo B , matemáticamente significa:

$$\frac{dN_C}{dt} = \lambda_B N_B \quad (1.9)$$

Con $N_B(0) = N_C(0) = 0$ las soluciones para las ecuaciones (1.7), (1.8) y (1.9) son encontradas mediante integración; las expresiones algebraicas para estas son reportadas en las ecuaciones (1.10), (1.11) y (1.12) repectivamente, su representación gráfica está en la figura 1.2.

$$N_A(t) = N_A(0)e^{-\lambda_A t} \quad (1.10)$$

$$N_B(t) = N_A(0) \frac{\lambda_A}{\lambda_A + \lambda_B} [e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}] \quad (1.11)$$

$$N_C(t) = N_A(0) \left(1 + \frac{1}{\lambda_A - \lambda_B} [\lambda_A e^{-\lambda_B t} - \lambda_B e^{-\lambda_A t}] \right) \quad (1.12)$$

Estas soluciones representan el número de núcleos en función del tiempo t .

La solución para el caso general de una serie de decaimientos radiactivos ($N_1 \rightarrow N_2 \rightarrow N_3 \dots N_n$) fue hecha por Bateman en 1910, [4], esta solución da el número de átomos de un miembro de la cadena de decaimiento como función del tiempo para la condición $N_B(0) = N_C(0) = \dots = N_n(0) = 0$.

En la figura 1.2 se ve el comportamiento del número de núcleos para los tres núcleos de nuestra cadena ejemplo, en ella se observa que N_A decrece exponencialmente, mientras que N_B crece hasta alcanzar un *máximo* para un tiempo al que llamaremos t_{max} , posteriormente el número de núcleos B disminuye, mientras el valor N_C crece asintóticamente al valor de t . El tiempo para el cual es alcanzado el máximo en B es:

$$t_{max} = \frac{\ln \frac{\lambda_B}{\lambda_A}}{\lambda_B - \lambda_A}, \quad (1.13)$$

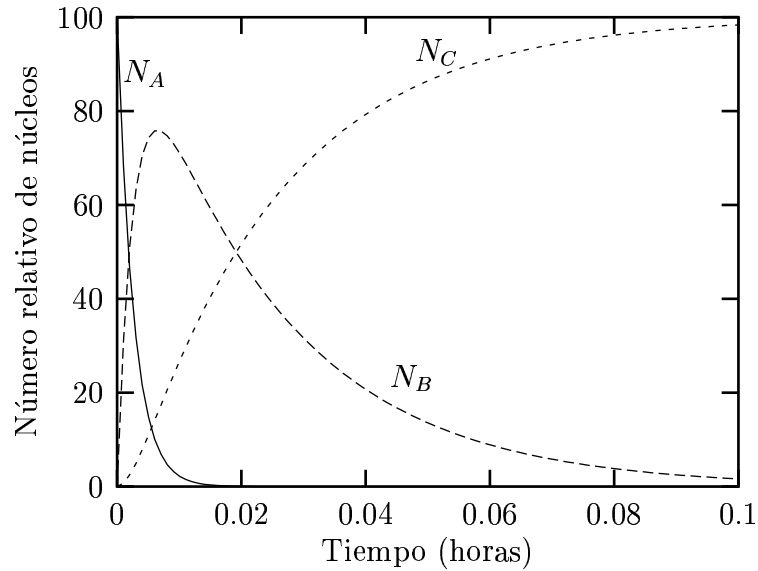


Figura 1.2: Número relativo de núcleos en función del tiempo. Las constantes utilizadas en la gráfica son $N_A(0) = 100, \lambda_A = 379, \lambda_B = 42.3$

este punto es conocido como de *equilibrio transitorio*.

Examinando la anterior ecuación se puede afirmar que t_{max} solamente existe para N_B cuando $\lambda_A > \lambda_B$.

Consideremos nuevamente la serie de decaimiento compuesta por tres núcleos N_A, N_B, N_C y además supongamos que $\lambda_A < \lambda_B$, comparando las actividades del núcleo N_A con la de N_B , se tiene:

$$\frac{\lambda_B N_B}{\lambda_A N_A} = \frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} (1 - e^{-(\lambda_B - \lambda_A)t}). \quad (1.14)$$

Si $\lambda_A < \lambda_B$ ($\tau_A > \tau_B$), entonces $e^{-\lambda_B t}$ tiende rápidamente a cero a medida que t crece, para grandes valores de t se tiene:

$$\frac{N_B}{N_A} = \frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} = cte \quad (1.15)$$

por lo tanto la serie puede permanecer en una condición de equilibrio radiactivo.

En la naturaleza se encuentran ciertas series o cadenas de decaimiento donde la condición de equilibrio permanece. Las series el $^{232}\text{Th}, ^{238}\text{U}$ son ejemplos en los cuales las vidas medias de los núcleos padres son mucho mayores que las vidas de sus respectivos núcleos hijos, y por lo tanto $\lambda_B \gg \lambda_A$. El número de núcleos padres esencialmente permanece constante. En estas series de decaimiento la ecuación 1.14 es:

$$\frac{\lambda_B N_B}{\lambda_A N_A} = 1 \quad (1.16)$$

lo que es igual a:

$$\lambda_A N_A = \lambda_B N_B \quad (1.17)$$

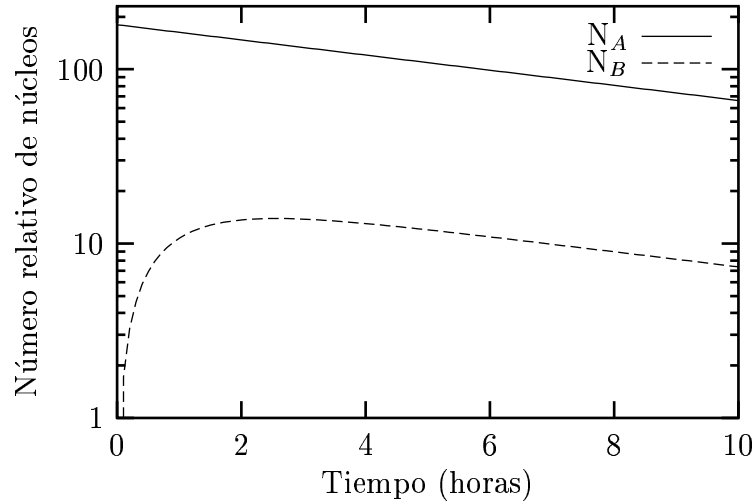


Figura 1.3: Número de núcleos N_A y N_B con tiempos de vida $\tau_A = 10$ horas y $\tau_B = 1$ hora.

Esta condición es conocida como de **equilibrio secular**, en ella se evidencia la igualdad entre la rata de decaimiento del hijo y la de su padre. Una serie de decaimiento radiactivo se considera en equilibrio secular cuando el número de átomos que son creados por cada radionúclido hijo es igual al número de átomos que ha perdido éste por decaimiento radiactivo. El equilibrio o desequilibrio es una importante consideración en todas las medidas de rayos γ resultado del decaimiento de un isótopo de una cadena radiactiva.

Si el padre tiene una vida media grande, después de un periodo de tiempo largo la cantidad de núcleos de un hijo permanece constante, la rata de producción del padre es igual a la rata de decaimiento en el isótopo analizado. Generalizando, en cualquier serie radiactiva la condición de equilibrio secular implica que:

$$\lambda_A N_A = \lambda_B N_B = \lambda_C N_C = \dots = \lambda_n N_n \quad (1.18)$$

1.3 Cadenas radiactivas naturales

Las cadenas o series radiactivas son todos los elementos que provienen de un mismo núcleo que decayó por emisiones α o β en otro núcleo que a su vez decae y así sucesivamente hasta llegar a un núcleo estable. Todos los núcleos intermedios son miembros de la cadena. La cadena lleva el nombre del elemento o núcleo del cual se origina. Existen tres cadenas naturales, estas tres cadenas son:

- ^{238}U [4n+2]
 $\tau = 4.5 \times 10^9$ años.
- ^{232}Th [4n]
 $\tau = 1.4 \times 10^{10}$ años.

- ^{235}U $[4n+3]$
 $\tau = 4.8 \times 10^8$ años.

Para la cadena del ^{238}U , el número de nucleones (A) de cada isótopo puede expresarse en la forma $4n+2$, donde n es un entero; por esta razón a las series se les llama a veces por los números de masa dados en los paréntesis cuadrados.

Las cadenas del ^{232}Th y ^{238}U son las más comunes en la tierra ya que las vidas medias

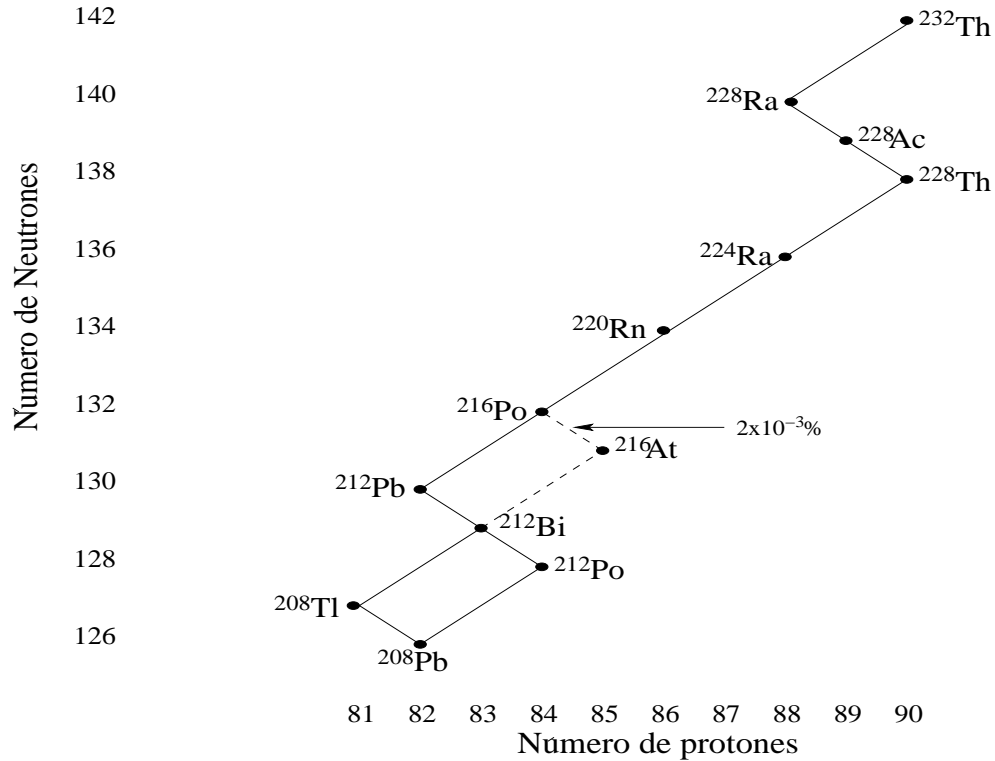


Figura 1.4: Cadena radiactiva natural del ^{232}Th .

de estos núcleos son del orden de la edad de ésta ($\approx 10^{10}$ años para el ^{232}Th y $\approx 10^9$ años para la serie del ^{238}U), y existen con relativa abundancia. El ^{235}U ($\tau \approx 10^8$ años) es de vida más corta y menos abundante por lo tanto la contribución de este elemento y de sus hijos es menor.

En las Figuras 1.4 y 1.5 se pueden ver las secuencias de decaimientos que originan la cadena del torio ^{232}Th y ^{238}U respectivamente.

Un elemento radiactivo presente dentro de la serie del Torio y las dos series del Uranio es el *Radón*. Este es un material interesante y requiere de una atención especial pues es un *gas* y una buena parte de este puede escapar a la atmósfera. En particular será interesante examinar si el equilibrio secular asumido en todas las cadenas radiactivas se cumple, pues si uno de los isótopos hijos o varios de ellos fueran eliminados por un proceso diferente al radiactivo la condición no se cumpliría. Esto puede ocurrir por efectos físico-químicos, o como en este caso por eliminación del isótopo en forma gaseosa.

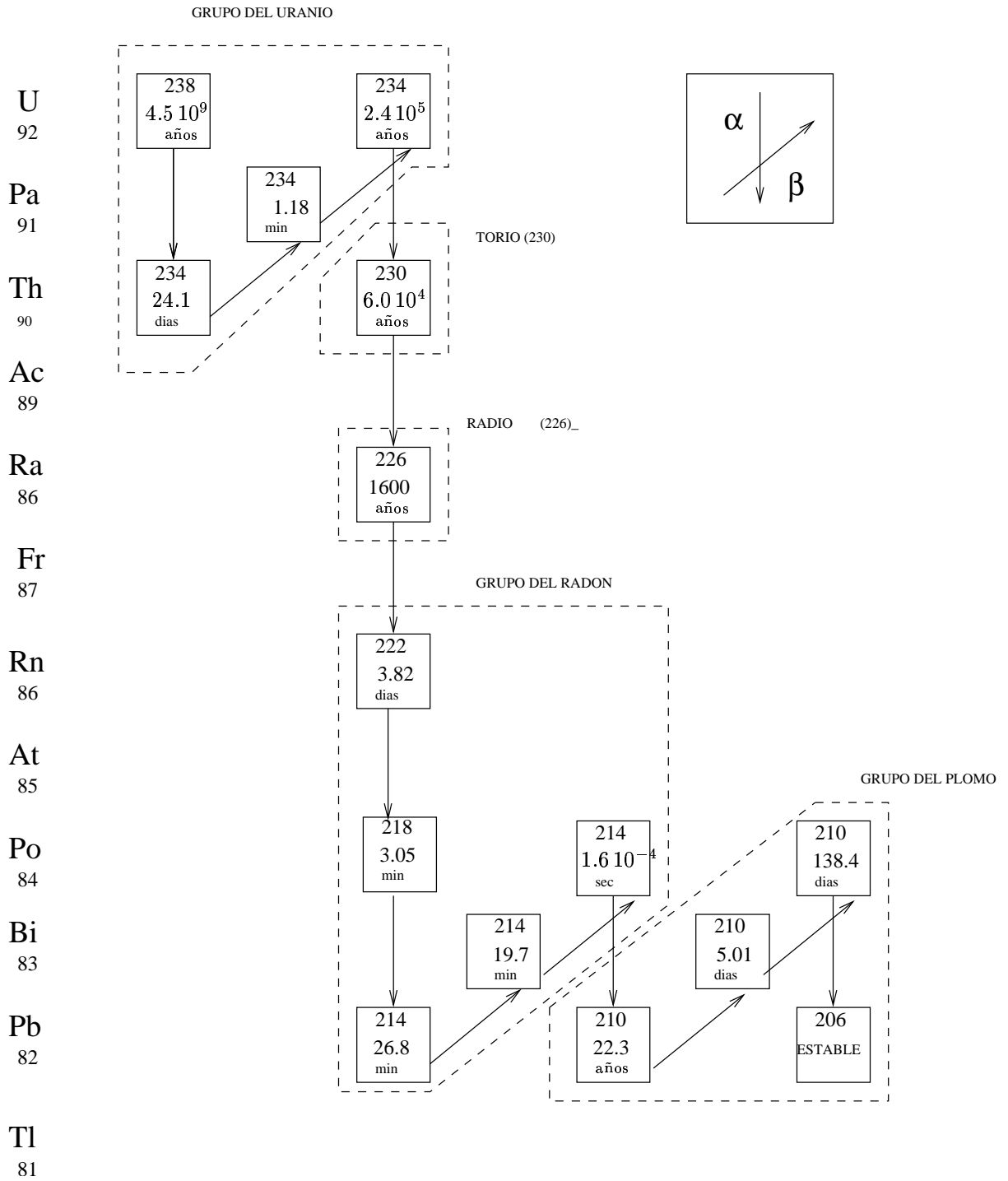


Figura 1.5: Cadena Natural de Decaimiento de ^{238}U

En las cadenas radiactivas naturales encontraremos los isótopos de radón mostrados en la tabla 1.1, en ella además se reportan los tiempos de vida de cada isótopo y la cadena radiactiva a la que pertenece.

Cadena	Isótopo	τ
^{232}Th	^{220}Rn	54.2 s
^{235}U	^{219}Rn	3.92 s
^{238}U	^{222}Rn	3.82 d

Tabla 1.1: Isótopos de Radón presentes en las cadenas radiactivas naturales

Siendo un gas el radón puede escapar al aire, este fenomeno es particularmente cierto en el ^{222}Rn porque su vida media es comparativamente grande. Las vidas tan cortas de los isótopos de ^{219}Rn y ^{220}Rn pueden prevenir que estos se difundan, así que las concentraciones en el aire de éstos son relativamente más bajas y la condición de equilibrio en ellos se conserva porque no hay perdidas.

Además de las cadenas ya mencionadas existe otro elemento radiactivo de origen

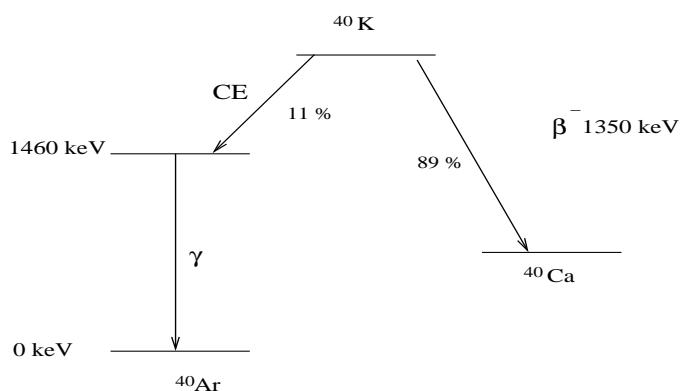


Figura 1.6: Diagrama de decaimiento del ^{40}K

natural, el ^{40}K que es $\approx 0.012\%$ del potasio natural, con una vida media de 1.26×10^9 años. Este decae en ^{40}Ca con un 89.9% de probabilidad y en ^{40}Ar con un 11% ambos estables (ver figura 1.6).

Capítulo 2

Espectroscopía de Rayos Gamma

Como espectroscopía gamma se denota a todas las técnicas asociadas a la detección y procesamiento de datos de rayos γ .

Los rayos gamma por su parte son radiación electromagnética con un rango de energías que va desde los cientos de keV hasta las unidades o decenas de MeV. El principal mecanismo de emisión gamma lo constituyen las transiciones nucleares: un núcleo excitado decae a un estado de menor energía cumpliendo ciertas reglas de selección.

Un rayo γ se emite cuando el núcleo libera energía sobrante que le queda después de haber decaído emitiendo una partícula α o β . Cada núcleo tiene niveles característicos de energía, de modo que los rayos gamma emitidos por un núcleo tienen las energías correspondientes a la diferencia entre los niveles mayor y menor involucrados en la transición. Estas son cantidades discretas, perfectamente distinguibles en la mayoría de los casos, de modo que ellas pueden servir para la identificación de isótopos.

Otra forma de decaer menos frecuente que la desexcitación gamma pero de igual importancia es el decaimiento a través de conversión interna. En este proceso, la energía de excitación nuclear es directamente entregada a un electrón atómico. El electrón es expulsado con una energía cinética igual a la energía de excitación menos la energía de ligadura del electrón:

$$E_e = E_\gamma - E_b. \quad (2.1)$$

Cuando uno de los electrones atómicos es liberado de su órbita queda una vacancia, la cual es llenada por un electrón de un orbital más externo del átomo. Lo anterior justifica la emisión de un *rayo X* de una energía igual a la diferencia entre los orbitales atómicos involucrados.

El coeficiente de conversión interna α es la razón entre el número de electrones de conversión interna N_e y el número de rayos gamma emitidos N_γ :

$$\alpha = \frac{N_e}{N_\gamma} \quad (2.2)$$

Este coeficiente aumenta fuertemente con la carga nuclear Z y con el orden L del multipolo, y decrece con el incremento en la energía de excitación. El valor del coeficiente puede diferir considerablemente para multipolos eléctricos o magnéticos del mismo L , una

medida del coeficiente de conversión interna depende de la naturaleza de la transición electromagnética a ser determinada. En general la conversión interna se encuentra con mayor frecuencia en los elementos pesados cuando se emiten rayos de baja energía ($E_\gamma < 500 \text{ keV}$); en los elementos más ligeros y con rayos de energía mayor, la frecuencia de conversión interna es relativamente pequeña.

En conclusión, el número total de decaimientos a partir de una energía de excitación es:

$$N_T = N_\gamma + N_e \quad (2.3)$$

donde N_γ es el número total de rayos γ emitidos, y N_e es el número de electrones de conversión igualmente emitidos para una energía determinada.

Haciendo uso de la definición del coeficiente de conversión interna el número total de decaimientos es:

$$N_T = N_\gamma(1 + \alpha). \quad (2.4)$$

2.1 Interacción de los rayos γ con el detector

Los rayos gamma se detectan a través de los electrones que producen al interactuar con un medio del detector.

Como consecuencia de su interacción con la materia los rayos gamma pierden energía a través de tres mecanismos diferentes, de los cuales el que predomina depende de la energía del fotón.

Las principales formas de interacción se explican en seguida y en la Figura 2.1 se muestran los picos esperados debido a éstas.

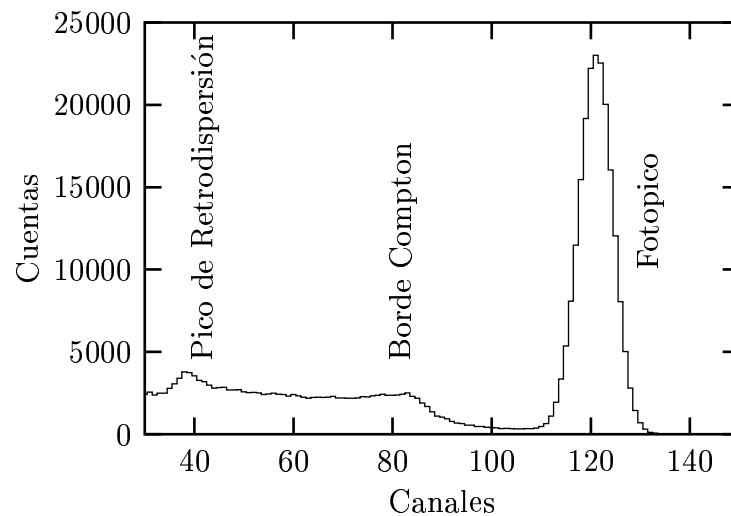


Figura 2.1: Efectos de un material detector en el espectro.

2.1.1 Efecto fotoeléctrico

Cuando la radiación gamma es de baja energía, el efecto fotoeléctrico involucra la absorción de un fotón por un electrón atómico con la subsecuente expulsión del electrón del átomo. La energía con la que se produce la eyección del electrón es:

$$E = E_\gamma - B_e \quad (2.5)$$

donde B_e es la energía de ligadura del electrón.

Para energías por encima de la energía de ligadura de los electrones de la capa K atómica existe una sección eficaz relativamente pequeña que depende del número atómico del blanco, y disminuye a medida que crece el valor de la energía del fotón. Teóricamente el tratamiento riguroso de este efecto es más bien complicado, sin embargo como la mayoría de los electrones envueltos en el efecto son los electrones de la capa K (cerca del 80 %) y se asumen energías no relativistas, la sección eficaz puede ser calculada usando la aproximación de Born [5], en cuyo caso se obtiene la sección eficaz por átomo igual a:

$$\phi_{\text{fot}} \approx Z^5 \left(\frac{m_e c^2}{h\nu} \right)^{7/2} \quad (2.6)$$

donde $h\nu$ es la energía del fotón incidente, $m_e c^2$ es la energía del electrón en reposo, y Z , el número atómico del material absorbente. En esta ecuación se ponen de manifiesto las características principales del efecto, como son la dependencia respecto al número atómico del detector y a la energía del fotón incidente; al igual que la disminución fuerte con el aumento de la energía.

2.1.2 Efecto Compton

Con rayos γ de contenido energético intermedio se encuentra el *Efecto Compton* en el que un fotón gamma y un electrón libre participan en una colisión elástica, conservándose en la colisión la energía y la cantidad de movimiento. El cuanto dispersado, o fotón, se mueve en dirección distinta a la del fotón primario y posee una cantidad de movimiento diferente; para que se cumpla el principio de conservación de esta última magnitud, el electrón que dispersa el fotón debe retroceder con una cantidad de movimiento igual a la diferencia vectorial entre la del fotón incidente y la del dispersado.

La energía con que retrocede el electrón procede de la del fotón primario, dando lugar a un fotón dispersado con menor energía y, por tanto, frecuencia menor (longitud de onda mayor que la del fotón incidente).

Es claro que cuando el rayo gamma incide sobre el material realizando efecto Compton no entrega toda su energía al detector; el fotón incidente es dispersado por un electrón libre o débilmente ligado. En el proceso el electrón se lleva una fracción de la energía del fotón inicial igual a:

$$T = E_\gamma - E'_\gamma = E_\gamma \left(\frac{2r(1 - \cos\theta)}{1 + 2r(1 - \cos\theta)} \right); \quad r = \frac{E_\gamma}{m_e c^2}, \quad (2.7)$$

donde θ es el ángulo entre las direcciones de movimiento del fotón dispersado y m_e la masa del electrón.

La energía T del electrón dispersado es leída por el detector presentándose un espectro continuo que va desde $T = 0$ hasta:

$$T_{max} = E_\gamma - \frac{E_\gamma}{1 + \frac{2E_\gamma}{m_e c^2}} \quad (2.8)$$

donde la energía $T = T_{max}$ es la máxima energía que puede alcanzar el electrón, esto ocurre cuándo el rayo gamma sufre una dispersión de $\theta = 180^\circ$. A este extremo se le denomina *Borde Compton*.

A veces puede ocurrir que algunos fotones antes de ser absorbidos realizan retrodispersión Compton con las paredes del material que rodea al detector. Estos fotones son detectados, pero claramente el pico que generan es de una energía menor, igual a:

$$E_{\gamma r} = E_\gamma - T_{max}. \quad (2.9)$$

2.1.3 Producción de pares

El tercer mecanismo por el cual puede absorberse radiación electromagnética es la formación de pares constituidos por un electrón y un positrón. Si un rayo gamma posee una energía mayor a 1.022 MeV en presencia de un núcleo atómico tiene probabilidad de convertirse en un par electrón-positrón.

Cuando tiene lugar la producción de pares los fotones de aniquilación pueden escapar al detector dando lugar a los denominados picos de escape. La energía cinética del par electrón-positrón es :

$$T_{e^+} + T_{e^-} = T(MeV) = E_\gamma - 1.022 \quad (2.10)$$

donde T_{e^+} y T_{e^-} son las energías cinéticas del electrón y del positrón, y 1.022 MeV es la masa en reposo del par.

Cuándo el positrón llega al final de su alcance, se aniquila con un electrón atómico dando lugar a dos rayos gamma con energías de 0.511 MeV que pueden ser detectados. Respecto a estos fotones caben las siguientes posibilidades:

- Ambos fotones resultado de la aniquilación depositan su energía en el detector, en cuyo caso la energía despositada es:

$$E = (E_\gamma - 1.022) + 1.022 \quad (2.11)$$

- Ambos fotones escapan, generando una detección de energía de:

$$E = (E_\gamma - 1.022) \quad (2.12)$$

- Uno de los fotones escapa, por lo tanto la energía neta detectada es:

$$E = (E_\gamma - 1.022) + 0.511 \quad (2.13)$$

La probabilidad de producción de pares es aproximadamente proporcional a $Z^2 + Z$ e incrementa fuertemente con energías por encima de 1.02 Mev. La producción de pares es por esta razón importante en la absorción con materiales con un alto valor de Z . [5, 6]

Capítulo 3

Detectores

Tanto el estudio de la radiactividad, como las posibilidades de utilización de las radiaciones como medio de investigación, dependen de su detección y de su medida cuantitativa. Las cantidades que con mayor frecuencia se quieren conocer en Física Nuclear y de Partículas son el número de partículas que llegan al detector por unidad de tiempo y sus respectivas energías.

Debido a la necesidad de conocer estas cantidades fueron desarrollados una serie de detectores basados en un principio fundamental: la conversión de toda o gran parte de la energía de la partícula incidente sobre el detector a otra forma accesible a la percepción o detección humana.

Cuando una partícula cargada pasa a través de un material, transfiere energía a los átomos liberando electrones con energía cinética proporcional a la energía de interacción. De la misma forma las radiaciones exentas de carga pero de elevadas energías (rayos γ y X) realizan interacción con el detector, en este caso la interacción es indirectamente ionizante y depende principalmente de la energía del fotón incidente y del número atómico del material detector. Estos fotones, al igual que las partículas cargadas, imparten su energía a los átomos o núcleos del medio detector de los que arrancan partículas cargadas, lo que a su vez da lugar a fenómenos de ionización.

Dichas ionizaciones constituyen la base de casi todos los instrumentos utilizados para la detección de las partículas de interés (β , α , γ) y para la medida de sus energías, ya que si colectamos las cargas liberadas en el proceso estamos en condiciones de detectar dicha radiación y además de cuantificarla.

3.1 Características de un Detector

Existen ciertas *características* propias de un detector las cuales han de ser tenidas en cuenta para hacer mediciones con éste de forma correcta. Entre ellas tenemos la sensibilidad, la función respuesta, la resolución, el tiempo de respuesta y la eficiencia del detector, entre otras. En particular en este trabajo interesan dos de ellas, la eficiencia y la resolución. A continuación se hará una breve contextualización de éstas.

3.1.1 Eficiencia

La primera consideración a tener en cuenta en un detector es la sensibilidad, es decir la capacidad del detector de *producir una señal* dada cierta radiación y energía. La sensibilidad del detector depende de una serie de factores tales como la sección eficaz de ionización para las interacciones en el detector, la masa del detector, el ruido inherente de éste, entre otras. Esta característica del detector está fuertemente relacionada con la *eficiencia*.

La eficiencia por su parte es una cantidad que sirve para caracterizar la capacidad de un instrumento para detectar radiación. La eficiencia de un detector depende del rango de energías donde se pone a trabajar. Conocer esta cantidad como función de la energía se hace necesario para poder determinar cuántos de los fotones detectados con cierta energía son realmente emitidos por la fuente. Si tomamos fuentes con una actividad conocida y con fotopicos de energías determinados, se puede calcular la eficiencia relativa del detector en las energías de los fotopicos, si este proceso se realiza para varios valores de energías la calibración en eficiencia relativa del detector es fácilmente lograble.

La **Eficiencia Relativa** es la fracción de fotones de energía E_γ detectados por el detector sobre el número de fotones de energía E_γ que inciden en este, o:

$$\epsilon_\gamma(E_\gamma) = \frac{\text{Número de fotones detectados } E_\gamma}{\text{Número de fotones de energía } E_\gamma \text{ que inciden sobre el detector}} \quad (3.1)$$

Una curva típica para detectores de germanio es la mostrada en la Figura 3.1.

Lo que muestra esta curva es la dependencia de la eficiencia relativa con respecto a

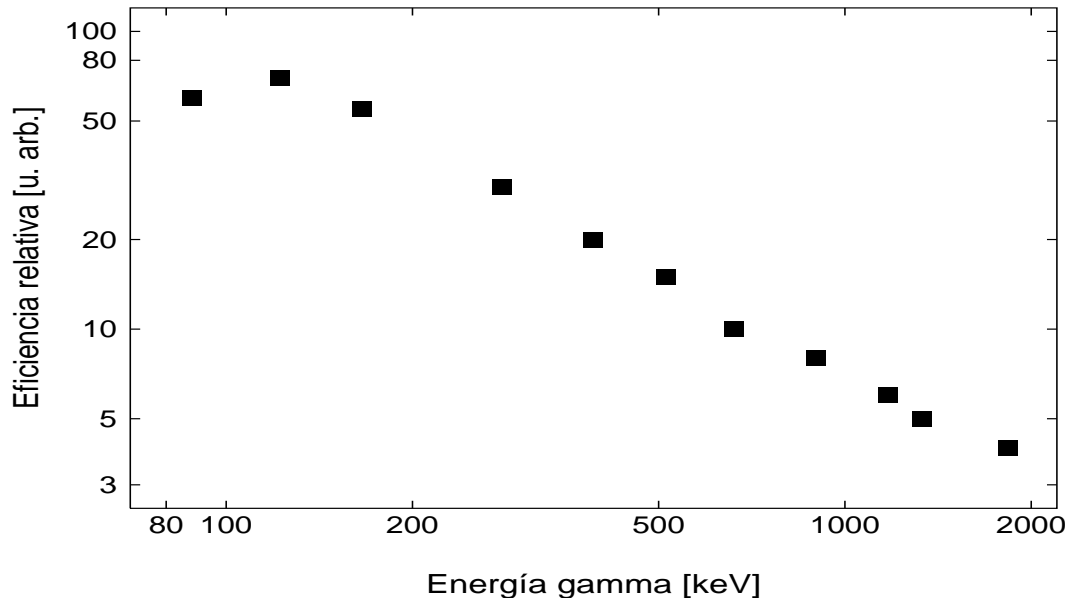


Figura 3.1: Forma característica de la curva de eficiencia relativa. [7]

la energía. Esta cantidad tiene un máximo cerca de 100 keV y disminuye fuertemente para energías por encima de 1 MeV .

3.1.1.1 Calibración en eficiencia

Cualquier determinación de las emisiones totales de rayos gamma para fuentes cuya actividad no es conocida requiere el conocimiento de la eficiencia del detector.

Como ya se dijo el interes nuestro está en la llamada eficiencia relativa, cuyo cálculo se hace mediante la ecuación:

$$\epsilon_{\gamma} = \frac{I(E_{\gamma})}{b_{\gamma}A(Z, N; t)} \quad (3.2)$$

donde $I(E_{\gamma})$ es el área bajo el fotopico, b_{γ} es el branching de la emisión gamma y $A(Z, N; t)$ es la actividad de la fuente el día de la medición.

Normalmente para poder extender su cálculo sobre un amplio rango de energías se hace uso de una serie de fuentes, utilizándolas ya sea de forma individual o en combinación. Lo ideal sería tener una sola fuente que emitiera rayos gamma de diferentes energías, como es el caso de la fuente de ^{226}Eu la cual emite rayos gamma con energías desde 121 a 1475 keV; o de ^{226}Ra la cual emite rayos γ con energías en un rango definido entre 186 y 2448 keV [8].

Una vez encontrado el valor de la eficiencia para diferentes energías provenientes de las fuentes de calibración (ver figura 3.1), se hace un ajuste de una función adecuada a la curva característica.

3.1.2 Resolución de la Energía

Para detectores cuyo diseño implique la medición de la energía de la radiación incidente, el factor más importante a tener en cuenta es la resolución de la energía.

La capacidad de un detector para *distinguir* entre picos de energía muy próximos

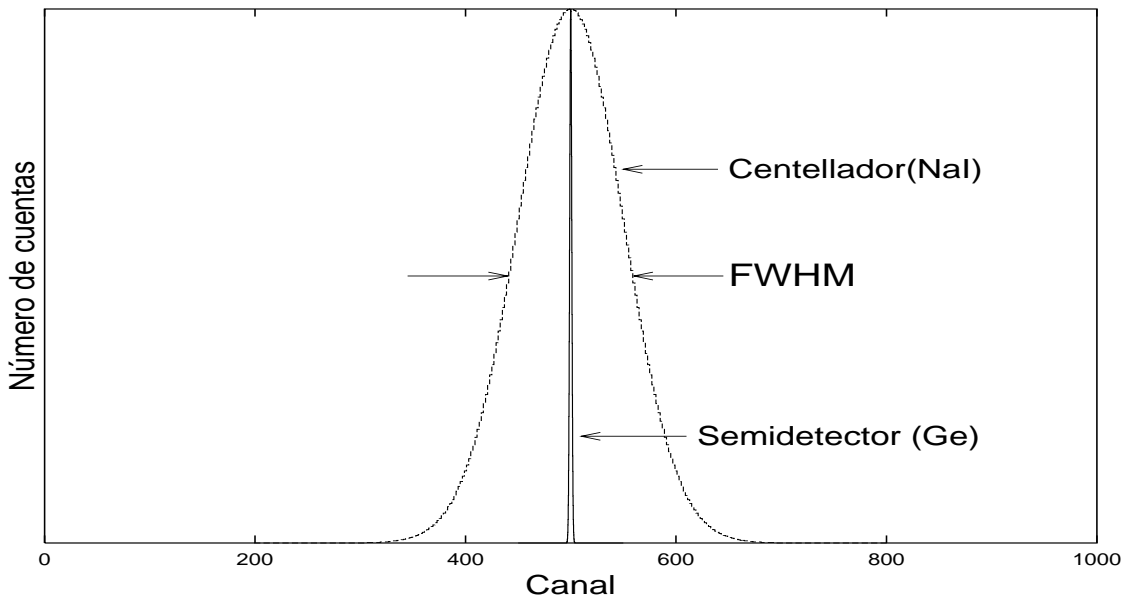


Figura 3.2: Contraste entre las resoluciones en la energía de detectores de centelleo y de semiconductor. [7].

se mide con la *resolución*. En general, ésta puede ser medida enviando un haz de partículas monoenergéticas sobre el detector, para observar el resultado de la detección en el espectro. En el caso ideal se esperaría que el pico observado en el espectro fuera muy delgado semejante a una función delta. Sin embargo, las ionizaciones y excitaciones producidas por la energía absorbida en el detector debido a la interacción de las partículas incidentes presentan fluctuaciones, por lo que una transición que debería ser registrada en una única posición de energía presenta una distribución. El ensanchamiento de la forma del pico es finito y el valor de éste normalmente es pequeño, pero la forma del pico en el espectro no es la de una función delta sino más bien se acerca a la forma de una distribución gaussiana.

La resolución del detector es dada en términos de la cantidad FWHM (Full Width at Half Maximum) (“Anchura a la Mitad de la Altura para una distribución de Gauss”) de un pico a cierta energía E_γ , para un detector dado a esta energía la resolución se define como:

$$\text{resolución} = \frac{\text{FWHM}(E_\gamma)}{E_\gamma} \% \quad (3.3)$$

Esta cantidad en general es una función de la la energía depositada en el detector para la cuál se acostumbra dar un valor porcentual. Por ejemplo se dice que para un detector de NaI la resolución es normalmente del 8% para rayos γ de 1 MeV, mientras que para un detector de germanio la resolución es del orden del 1% (ver figura 3.2). En general para la detección de rayos gamma lo mas aconsejable es la utilización de los detectores de germanio los cuales tienen una mejor resolución.

3.2 Detectores Semiconductores

Los detectores de cristales semiconductores utilizan propiedades de los semiconductores de poder ser aislantes o conductores según se desee.

3.2.1 Semiconductores Puros

La red periódica cristalina de los materiales establece la existencia de bandas tanto permitidas como prohibidas de energías para electrones que existen dentro del sólido. En esta teoría el tamaño de las bandas de energías prohibidas (GAP) constituye la principal diferencia entre los materiales cuyo comportamiento es *aislante*, *metal* o *semiconductor*. (ver figura 3.2.1)

Si consideramos una banda de valencia completamente llena, encima de la cual hay un cierto intervalo de energías prohibidas la situación corresponde al estado fundamental tanto de semiconductores como de aislantes, en el que no puede haber flujo neto de carga; eso sí en ausencia de energía térmica.

Pero, si el GAP es pequeño, como el de un semiconductor, a una temperatura T habrá un cierto número por pequeño que sea, de electrones térmicamente excitados a la banda superior (*banda de conducción*). Físicamente, este proceso representa la excitación de electrones que están normalmente ligados, los cuales pueden abandonar la *banda de*

valencia debido a la energía térmica que absorben. Cuando esto ocurre los electrones son libres de migrar por la banda de conducción y pueden acarrear una corriente bajo la acción de un campo eléctrico.

Cuando de la banda inicialmente llena (*banda de valencia*) se desprende un electrón,

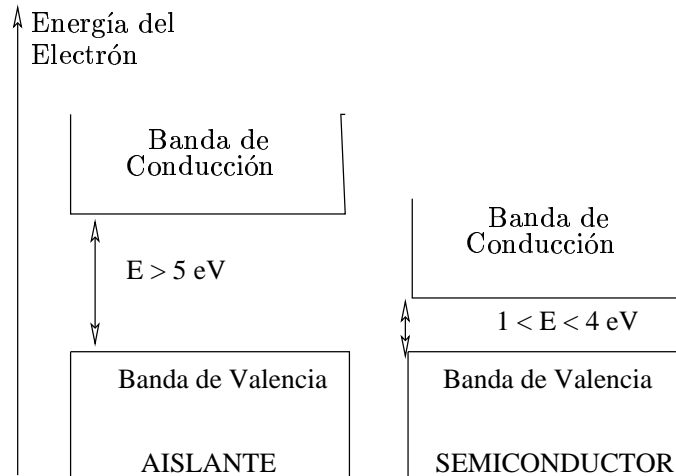


Figura 3.3: Estructura de bandas para un material aislante y un semiconductor.

la ausencia de éste va a dejar un *hueco*, entonces se crea lo que se conoce como un par *electrón-hueco*. Un electrón vecino puede migrar para ocupar este hueco, si esto sucede repetidamente se produce una creación continua de éstos; en cuyo caso la aplicación de un campo eléctrico implicaría la creación de dos tipos de corrientes; una por circulación de electrones en la banda de conducción, y otra por huecos en la banda de valencia.

3.2.2 Semiconductores Tipo n

Al añadir átomos de valencia 5 en el proceso de cristalización de semiconductores tetravalentes habrán átomos en la estructura cristalina con un electrón libre, el cual hará que el material se convierta en conductor. La presencia en un punto determinado del cristal de un átomo como este conduce a la separación de niveles de la banda permitida. De esta forma en la banda GAP aparecen niveles permitidos de energía.

El espaciamiento entre los niveles y el inicio de la banda de conducción es normalmente pequeño, de modo que la probabilidad de creación de un par electrón-hueco es alta. La presencia de estos estados permitidos de energía para los electrones, hace que algunos de ellos puedan pasar a estos niveles, creandose una situación en la que la energía necesaria para transportar a un electrón de este nivel a la banda de conducción sea bastante mas pequeña que el GAP (ver figura 3.4); esto implica que una menor energía de ionización es requerida para que el electrón alcance la banda de conducción y por lo tanto una gran parte de los electrones suelen ser ionizados .

El efecto neto de un material tipo n es el de crear una situación en la cuál el número de electrones de conducción es mucho mayor que el número de huecos. La

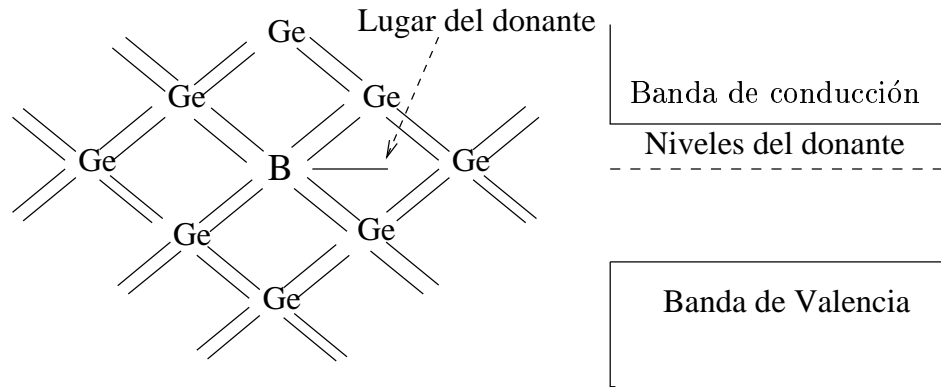


Figura 3.4: Diagrama esquemático de los enlaces en un semiconductor tetraivalente al que se ha añadido una impureza pentavalente

conductividad eléctrica es entonces determinada casi exclusivamente por el flujo de electrones.

3.2.3 Semiconductor tipo p

Cuando se añaden átomos de valencia 3 a un semiconductor tetraivalente, entonces no habrán suficientes electrones en el cristal para llenar todas las nubes electrónicas de los átomos y quedarán *huecos* los que se comportan como cargas positivas libres dentro del cristal y el material se convierte en conductor. A esta clase de materiales se les llama *tipo p*.

El efecto de esta impureza es crear un estado de energía permitido que se encuentra

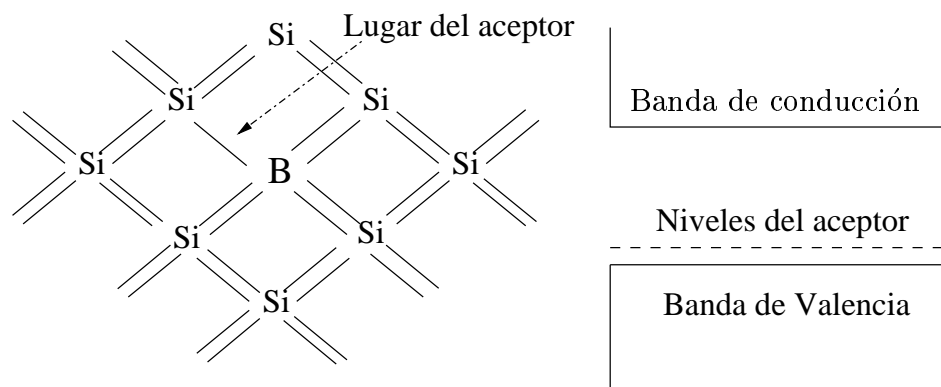


Figura 3.5: Diagrama esquemático de los enlaces en un semiconductor tetraivalente al que se ha añadido una impureza trivalente

muy cerca de la banda de Valencia; esto hace que los electrones necesiten tan solo de una energía muy pequeña para salir de esta banda, al suceder esto muchos huecos son creados en esta banda y por lo tanto el número de huecos ha de ser superior al número de electrones en la banda de conducción. De este modo bajo la acción de un campo

eléctrico la conductividad es casi toda hecha por los huecos.

3.2.4 Semiconductor tipo n-p

Cuando se unen dos semiconductores, uno *tipo p* y el otro *tipo n*, debido a la repulsión mutua, los electrones libres en el lado *n* tienden a dirigirse a la región de menos concentración de carga negativa, difundiendo hacia la región *p*.

Cuando un electrón libre entra en la región *p* encuentra tantos huecos a su alrededor que tiende a **recombinarse**, desapareciendo el hueco, y convirtiendo el electrón libre en un electrón de valencia.

Por otro lado cuando un electrón abandona el lado *n*, deja un átomo pentavalente. Este átomo que inicialmente tenía en *equilibrio sus cargas*, queda *ionizado positivamente*. De la misma forma el átomo trivalente que lo captura se convierte en un *ión negativo*. Los iones no pueden moverse dentro de la red, ya que se encuentran ligados por enlaces covalentes.

A medida que aumenta el número de iones, la región cercana a la unión se vacía de portadores de carga móviles, convirtiéndose en una zona llamada de *agotamiento o depleción* (Figura 3.6). Los iones en esta zona crean una barrera de potencial, si los electrones libres adicionales tratan de traspasarla, el campo eléctrico tiende a devolverlos a la región tipo *n*, pero si alguno de ellos cruza la barrera potencial se hace mas grande.

Cuando un cristal semiconductor es polarizado a la inversa, la zona de agotamiento

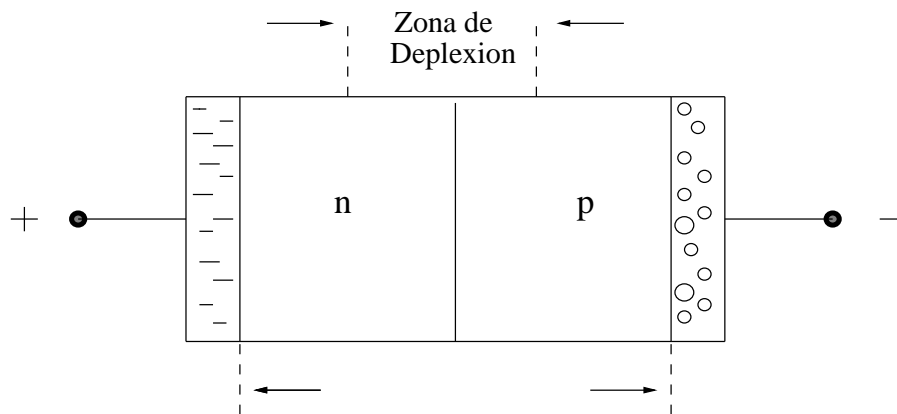


Figura 3.6: Cristal semiconductor polarizado a la inversa

del cristal aumenta su ancho a medida que el voltaje crece (ver figura 3.6).

El ancho de esta zona es de suma importancia ya que si incide un rayo γ sobre ella se crean pares electrón-hueco que son barridos por el potencial eléctrico, si se registra la señal eléctrica en ese momento el tamaño del pulso está directamente relacionado con la energía del rayo γ que incidió en el cristal.

3.2.5 Detectores Semiconductores Hiperpuros

Las junturas $n - p$ tienen aplicación para detección de partículas α y otras radiaciones de corto rango pero no son fácilmente adaptables para aplicaciones que envuelven radiaciones más penetrantes. Su mayor limitación es el máximo ancho alcanzado para la zona de agotamiento.

Dada una densidad de carga en la juntura el ancho de la zona de agotamiento para una geometría plana cumple la expresión:

$$d = \left(\frac{\epsilon V}{eN} \right)^{1/2} \quad (3.4)$$

en esta expresión N representa la concentración de impurezas sobre el lado de la juntura que es menos dopante, V es el voltaje aplicado al semiconductor, ϵ es la constante dieléctrica del material y e es carga del electrón.

Según este resultado para un material dado y para un voltaje aplicado sobre este, el ancho de la zona de depleción depende del número de portadores existentes, si este número tiende a cero el ancho de la zona de depleción ha ser más grande.

Aunque este no es un razonamiento para todas las geometrías, si lleva a pensar que reduciendo el número de impurezas en el semiconductor es posible alcanzar un ancho mayor para la zona de depleción.

Materiales con estas características son conocidos como *Hiperpuros*. Los detectores de *Germanio Hiperpuro* (HPGe) hacen parte de ellos, comúnmente son diodos coaxiales con niveles de impurezas del orden de $1 \text{ en } 10^{10} \frac{\text{átomos}}{\text{cc}}$.

Capítulo 4

Toma de Muestras y Equipo Experimental

4.1 Toma de Muestras

La toma de muestras fue hecha en el campus universitario. La elección de los lugares para la recolección de las muestras fue arbitraria, debido a que en principio todas las muestras de suelo del campus de la Universidad deben tener las mismas características litológicas y radiactivas.

Para la recolección de las muestras se hizo un agujero de 30 cm de profundidad en el suelo. Las muestras seleccionadas son llamadas **A** y **B** cuyas masas son de 1991 ± 1 y 2080 ± 1 g respectivamente. Después de extraídas fueron guardadas y selladas en empaques plásticos, de esta forma se permite una fácil rotulación y manejo.

4.2 Montaje Experimental

Para llevar a cabo las mediciones de radiación γ de las muestras se contó con el equipo de *Espectrometría gamma* del Departamento de Física de la Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá.

El montaje experimental utilizado en el trabajo es el mostrado en la figura 4.1. Consta de un detector de germanio de alta pureza (*HPGe*) acompañado de un crióstato, una fuente de alto voltaje, un preamplificador, un amplificador, un conversor análogo digital, un blindaje de plomo y un analizador multicanal. Además de un software analizador de espectros llamado **InSpector Analyzer** con el cual es programada toda la electrónica del detector.

Como ya se mencionó, en un detector semiconductor la radiación incidente crea pares electrón- hueco a su paso por la zona de unión del semiconductor tipo n-p, los cuales son dirigidos por el campo eléctrico hacia los electrodos. Esto da origen a un pulso eléctrico. Las cargas resultantes son integradas por un preamplificador y convertido el pulso de cargas en un pulso de voltaje con una amplitud proporcional a la energía inicial del fotón.

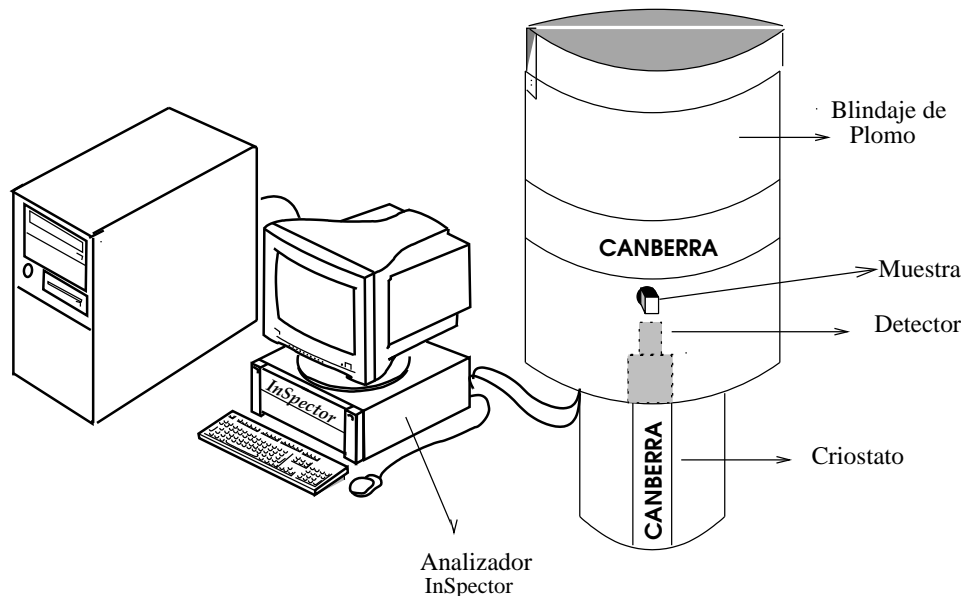


Figura 4.1: Diagrama del montaje experimental

InSpector internamente recibe los pulsos de salida del preamplificador, entonces amplifica el pulso para realizar un adecuado análisis. La salida del amplificador es digitalizada con un conversor análogo digital (ADC) y procesada por un analizador multicanal el cual hace un histograma de frecuencias del tamaño de los pulsos que llegan a éste. En el espectro el tamaño del pulso generado en el detector está relacionado con la energía del rayo γ que lo produjo, de modo que es posible hacer una correlación entre el tamaño del pulso contra la energía del fotón, de esta forma el histograma obtenido por el multicanal se convierte en un espectro de energía de los rayos γ que incidieron en el detector. El procesamiento y la visualización de datos se realiza inicialmente con el programa *InSpector Analyzer*.

El detector de *HPGe* es marca **CANBERRA** modelo *GC 1019* con un cristal coaxial, el cual es básicamente un cilindro de germanio con un contacto sobre la superficie exterior tipo n y un contacto sobre la superficie interior tipo p (ver figura 4.2). El cristal de germanio tiene niveles de impurezas del orden de 10^{10} *atomos/cc* [9]. El cristal semiconductor es refrigerado para su óptimo rendimiento, esto se logra mediante el acople de un criostato el cual es llenado con Nitrógeno Líquido y mantiene el cristal a una temperatura de $77 K$.

El blindaje de plomo utilizado es de la misma marca; perteneciente a la generación 747, específicamente este es el blindaje *747E*. Este tipo de blindajes es aconsejable para el uso de detectores de radiación, puesto que previene el conteo background (el fondo) de fuentes externas no deseadas, por lo tanto reduce el tiempo de conteo y probablemente mejore el límite de la medición.

Dentro de los factores ajustables con el software *InSpector* está el **pole/zero**, factor de suma importancia en el procesamiento de los pulsos en el preamplificador, y

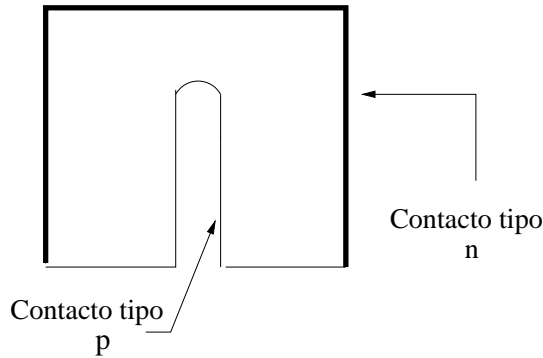


Figura 4.2: Diagrama del cristal semiconductor

que cobra mucha vigencia en el desarrollo del trabajo, dadas las deformaciones que inducen valores errados de éste en los fotopicos de los espectros. Con un valor correcto de *pole/zero* las curvas tienden a ser simétricas y a presentar formas gaussianas, sin embargo si este valor es menor puede producir colas en la región de bajas energías, o si es sobrecompensado a altas energías.

Cuando suavemente se adelanta o se retrasa el cero del pulso en el preamplificador, este tratará de devolverlo al cero en un tiempo característico para cada preamplificador (normalmente son del orden de $(50\mu s)$ [9], y a veces sucede que el retraso en el pulso persiste por un tiempo relativamente más largo. Cuando esto sucede otro pulso puede llegar durante este periodo, el segundo pulso entonces tiende a solaparse con el retrasado, y así un error es inducido en la amplitud del pulso. El problema es particularmente severo para pulsos de señales que sobrecargan el amplificador, es decir para mediciones donde las ratas de conteo son altas, en este caso la resolución y forma de la curva son afectadas. El proceso de cancelación de *pole/zero* lo que busca es restaurar la función de salida correcta. InSpector lo que hace es una serie de cálculos y ajustes iterativos para emparejar la salida del preamplificador y la entrada del amplificador. Para hacer esto normalmente se pone en funcionamiento un circuito filtro que impide el paso del corrimiento del pulso.

El *pole/zero* fue ajustado automáticamente mediante el programa InSpector poniendo a correr una medición con las fuentes de calibración. En este caso se utilizaron las fuentes de ^{60}Co , ^{133}Ba , ^{137}Cs y ^{22}Na , encontrando que **Pole/zero= 3336**. Con este valor los fotopicos son simétricos alrededor de su valor central y suelen ser ajustados a gaussianas.

En el trabajo, parte de los espectros fueron utilizados con la deformación de los histogramas en la región de bajas energías esto permitió simular la deformación característica de un detector que presenta daños en la estructura cristalina (ver sección 5.2); y llevar a cabo una discusión matemática sobre la función ajuste requerida en estos casos.

Capítulo 5

Distribuciones

Cada vez que se toman datos con un instrumento generalmente se observan pequeñas variaciones en las medidas repetidas. Estas variaciones representan la acumulación de un gran número de señales extrañas al azar (ruido) que se desarrollan en distintas componentes del instrumento detector, así como en las variaciones en los resultados de los procesos en medida. Lo más probable es que el número y el tamaño de las señales de ruido positivas (lecturas mayores que el promedio) o negativas (lecturas menores que el promedio) sean aproximadamente equivalentes, esto da como resultado lecturas que se aproximan al valor medio.

Para un gran número de medidas repetidas, los errores acumulados hacen que los resultados se distribuyan en la formas casi siempre simétricas (gaussianas).

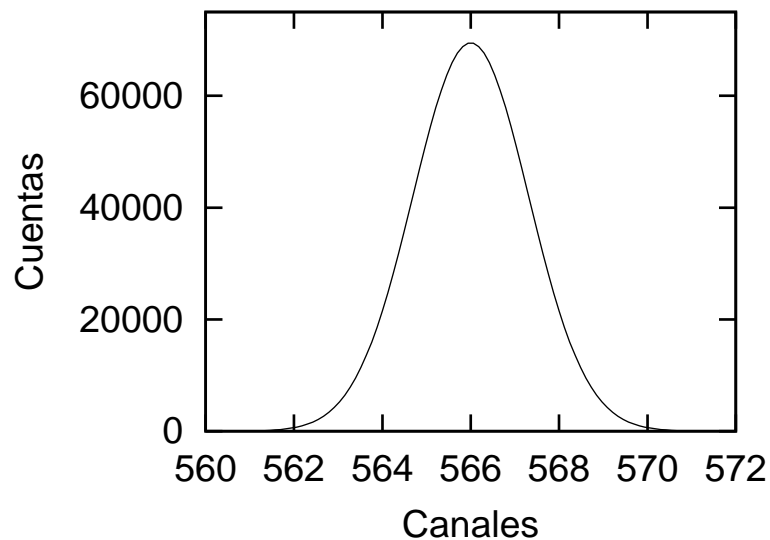


Figura 5.1: Distribución Gaussiana o Normal

Si $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ son valores los medidos en algun experimento, se hace conveniente representar estos datos por una función *distribución de frecuencias relativas* $F(x_i)$ definida como:

$$F(x) = \frac{\text{Número de ocurrencias del valor } x}{\text{Número de medidas realizadas}} \quad (5.1)$$

esta distribución queda normalizada automaticamente, la forma de ésta indica cualitativamente la fluctuación interna presentada para de la serie de datos.

Cuando la variable x toma los valores discretos $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ con probabilidades respectivas $p_1, p_2, p_3, \dots, p_N$, donde $p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_N = 1$ se dice que ha sido definida para x una distribución de probabilidad discreta, donde la función $p(x_i)$ toma los valores respectivos para la cada x_i y es llamada *función de probabilidad*.

Las *distribuciones de probabilidad son en si mismas distribuciones de frecuencias* llevadas al límite, es decir cuando el número de mediciones es muy grande. Por esta razón se puede ver que las distribuciones de frecuencias relativas son distribuciones de probabilidad de estas poblaciones, sin importar si x es discreta o continua.

5.1 La Distribución Normal

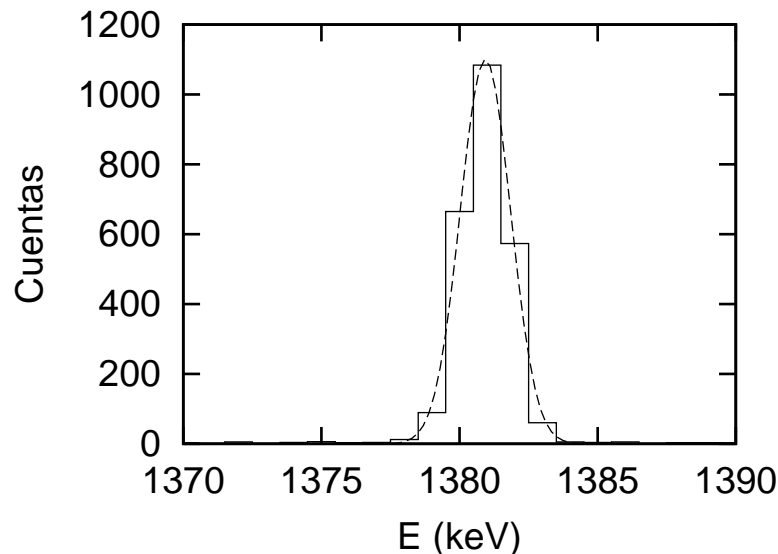


Figura 5.2: Ajuste de un histograma experimental a una distribución Gaussiana o Normal

Uno de los ejemplos más importantes de una distribución de probabilidad continua es la distribución normal, también conocida como *distribución de Gauss* y matemáticamente descrita por:

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}} \quad (5.2)$$

en esta función x es la variable que representa los valores de las medidas individuales, c es el valor medio y σ es la desviación típica.

Esta función es simétrica alrededor de un valor central c , que depende únicamente del valor absoluto de σ , definida como: $\sigma = |x - \mu|$.

El parámetro σ es una constante que representa un único valor para cada conjunto dado de datos. El ancho de la curva de distribución normal, que aumenta a medida que disminuye la precisión en la medición, se relaciona directamente con σ . En consecuencia, σ es muy utilizada para definir la precisión de los instrumentos (Resolución). Un gráfico típico de esta curva es la mostrada en la figura 5.1.

5.2 Ajuste de las distribuciones teóricas a distribuciones de frecuencia muestrales

Cuando se tiene alguna indicación sobre la distribución de una población, por razonamientos probabilísticos es posible frecuentemente ajustar tales distribuciones teóricas a distribuciones de frecuencia obtenidas de muestras de la población. El método uti-

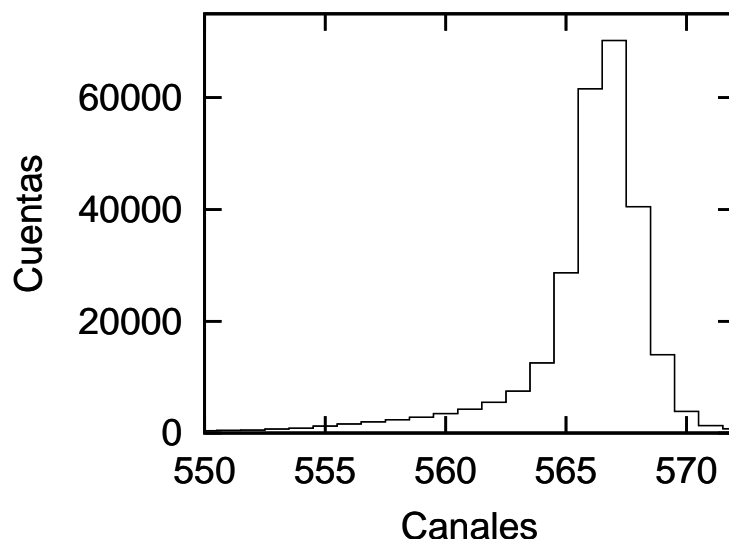


Figura 5.3: Distribución de Frecuencias generada en la detección de una serie de rayos γ con el detector de Germanio Hiperpuro

lizado generalmente consiste en emplear la media y la desviación estándar de la muestra para estimar la media y la desviación típica de la población. Es decir se busca ajustar cada histograma de frecuencias a una distribución propuesta como modelo, bajo el ajuste de una serie de parámetros.

Un proceso aleatorio como el de decaimiento radiactivo es representado por una variable x , que puede tomar cualquier valor admisible en el proceso; si $P(x)$ es la

función de distribución de frecuencias de la variable x , se dice que esta variable está distribuida como $P(x)$.

Las curvas experimentales debidas a la detección de rayos γ tienen generalmente distribuciones de frecuencias de formas *gaussianas*. En cuyo caso la función para ajustar los histogramas es:

$$G'(x) = He^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}} + (ax + b) \quad (5.3)$$

donde $H = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ (ver ecuación 5.2) representa la altura de la distribución, y $M(x) = ax + b$ es una recta que se suma para corregir las cuentas detectadas y sumadas al fotopico producto de la radiación de fondo.

En teoría todo detector genera histogramas cuyas formas son ajustables a distribuciones Gaussianas, sin embargo a veces en los detectores se presentan ciertos *daños* que perturban esta forma característica, dando formas diferentes para las distribuciones de frecuencias, y aunque la forma de un fotopico en un espectro sigue mostrando muchas características de una distribución gaussiana presenta en estos casos una deformación, aparece una cola en la región de bajas energías. Este fenómeno puede igualmente ser causado por efectos del pre-amplificador del detector como ya se explicó en la sección 5.2. En la Figura 5.3 se observa un histograma experimental de frecuencias no

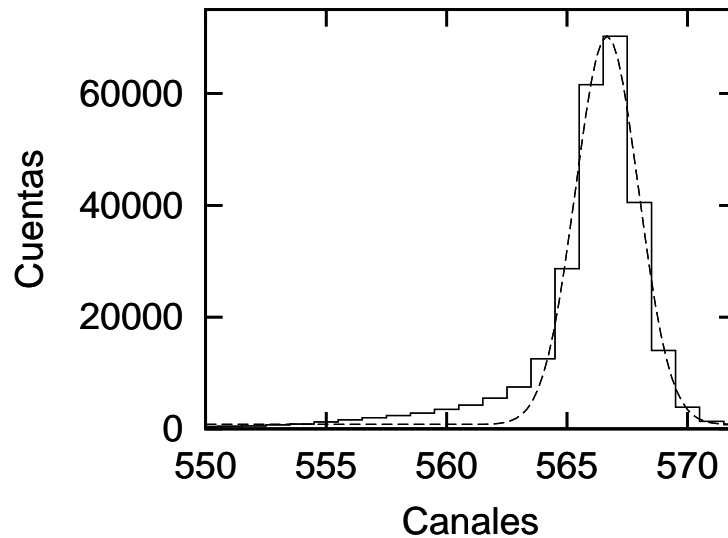


Figura 5.4: Ajuste de una función gaussiana a un Histograma de Frecuencias de un fotopico obtenido con un detector de HPGe

simétrico, correspondiente a un fotopico de una energía $E_\gamma = 356.01 \text{ keV}$ de una fuente de ^{133}Ba , el cual presenta un levantamiento en la región de bajas energías.

En un intento por determinar si una distribución normal es una función modelo adecuada, se ajustó una gaussiana al histograma de frecuencias arrojado por el detector, obteniéndose ajustes como el mostrado en la figura 5.4.

Es evidente en la figura la gran diferencia entre el histograma de frecuencias obtenido del espectro y la distribución de *Gauss* propuesta inicialmente como función ajuste.

Los primeros espectros obtenidos en este trabajo presentan fotopicos deformados. Dicha deformación fue obtenida en los espectros por valores no ajustados de *Pole-zero*. Esta deformación ha sido utilizada para discutir la forma de estas distribuciones de frecuencias, así como podría ser de utilidad en el caso de trabajar con un detector que presente daños en su estructura cristalina.

Cuando el detector arroja histogramas de frecuencias como el de la figura 5.4 se propone utilizar la función distribución $F(x)$, cuya expresión matemática es:

$$F(x) = \left[h \left(1 - \frac{r}{100} \right) \exp \left(\frac{-(x-c)^2}{2\sigma^2} \right) \right] + \left[\left(\frac{hr}{100} \right) \exp \left(\frac{x-c}{\beta} \right) \operatorname{ERFC} \left(\frac{x-c}{\sqrt{2}\sigma} \right) + \frac{\sigma}{\sqrt{2}\beta} \right] + \left[\left(\frac{hSTEP}{100} \right) \operatorname{ERFC} \left(\frac{x-c}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right] + [ax + b] \quad (5.4)$$

Cabe aclarar que $F(x)$ es encontrada en la literatura [15]; y es utilizada normalmente en el trabajo de análisis de *Espectros Gamma*, aunque rara vez completa.

Para facilidad y entendimiento del trabajo lo mas adecuado es subdividir esta función en sus sumandos para que sean fácilmente observables, y que además permitan comprender su influencia tanto física como matemática dentro de $F(x)$. Por lo tanto se subdividirá esta función en cuatro componentes, así:

$$F(x) = G(x) + S(x) + T(x) + M(x) \quad (5.5)$$

donde cada una de ellas será descrita a continuación.

1. Gaussiana

Es la componente principal del pico, físicamente representaría en los detectores de germanio una completa recolección de carga asociada a la interacción por efecto fotoeléctrico en el detector. Matemáticamente tiene la siguiente forma:

$$G(x) = H \left(1 - \frac{R}{100} \right) \exp \left(\frac{-(x-c)^2}{2\sigma^2} \right) \quad (5.6)$$

donde x es el número del canal, c es el canal central y σ es la desviación estandar de la distribución gaussiana, H es la altura normal del pico. Y la constante R es la altura de la segunda componente de la función ajuste $F(x)$. (Ver figura 5.5)

2. Gaussiana Torcida

Esta componente proviene de una incompleta recolección de carga. En el detector semiconductor sucede esto cuando se presenta atrapamiento de carga debida a las dislocaciones en la red del cristal causadas por impurezas o por daño por

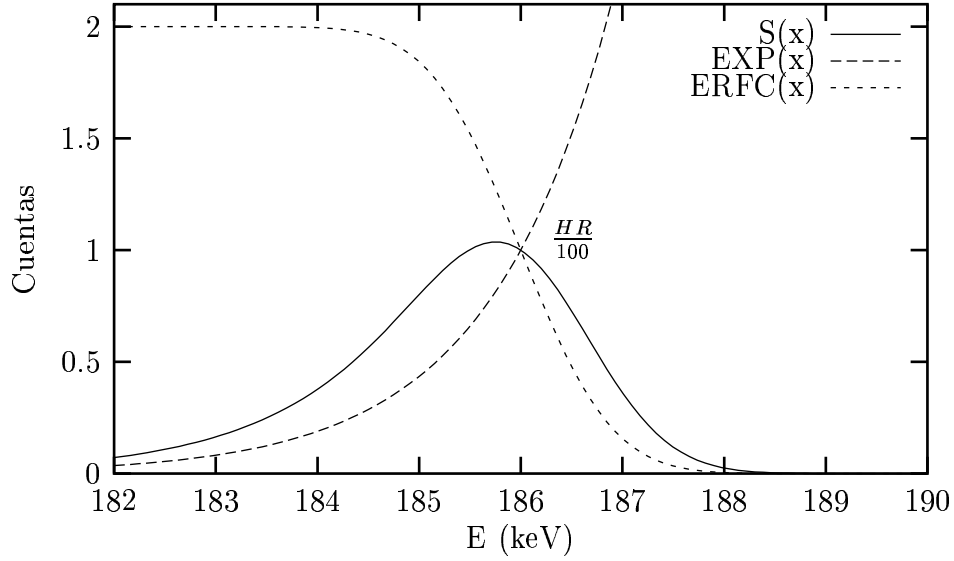


Figura 5.5: Gráfica de la componente $S(x)$, acompañada de la función exponencial $\exp((x-c)/\beta)$ y de la función $ERFC((x-c)/\sigma)$.

neutrones, se manifiesta como un levantamiento en la zona de bajas energías del fotopico. La función que mejor nos representa esta cola es:

$$S(x) = \left(H + \frac{R}{100} \right) \exp\left(\frac{x-c}{\beta}\right) ERFC\left(\frac{x-c}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \frac{\sigma}{\sqrt{2}\beta} \quad (5.7)$$

donde $ERFC(x-c/\sigma)$ es la función error complemento (*ver Apéndice A*) la cual es multiplicada por la función exponencial ($\exp(x-c/\beta)$); β es el inverso de la constante de decaimiento de la exponencial, ella representa la inclinación de la función exponencial, y R es la altura relativa de la curva.

La gráfica de esta componente con $c = 186$, $\beta = 1.2$, $R = 10$, $H = 10$ y $\sigma = 1$ es la mostrada en la figura 5.5.

3. Una función paso suavizada

Esta componente es debida principalmente al background en el lado de bajas energías, incremento atribuible a la dispersión Compton dentro del detector, el cual reproduce un pequeño levantamiento por encima del background hacia el lado de bajas energías del pico. La forma funcional de esta componente es:

$$T(x) = \left(\frac{H * STEP}{100} \right) ERFC\left(\frac{(x-c)}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad (5.8)$$

donde $STEP$ da la altura relativa de la función paso y está relacionada con la altura de la gaussina principal de la misma forma que lo hace la constante R en la componente $S(x)$ de la función modelo, esto quiere decir que la altura de la función paso suavizada va a tener un valor dependiente del factor $\left(\frac{H*STEP}{100}\right)$, y

$STEP$ es un porcentaje relacionado a la altura del fotopico.

En la figura 5.6 se han dado los valores $H = 1000$, $STEP = 1$ y $c = 186$; con

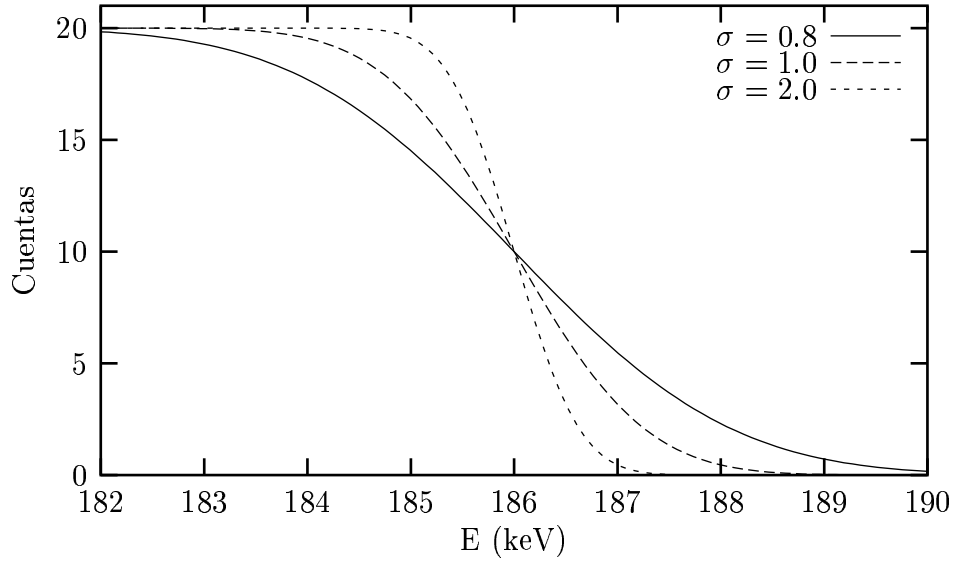


Figura 5.6: Función $T(x)$ para diferentes valores de σ

estos valores cabría esperar una altura para la función paso suavizada de 10 si se realizara el producto antes mencionado.

En la grafica la función tiene una altura de 20, lo cual no es una contradicción dado que la función error complemento en ausencia de cualquier constante producto tiene una altura inicial de 2.(ver Apendice A)

4. Una recta

Como cuarta componente de $F(x)$ se muestra una recta, función sumada para corregir la radiación de fondo. En este caso se utilizará:

$$M(x) = ax + b \quad (5.9)$$

donde las variables a y b son la pendiente y el punto de corte respectivo.

En conclusión la suma de las anteriores funciones genera la curva de $F(x)$ como la ajustada en la figura 5.7. El ajuste corresponde al pico de energía $E_\gamma = 356.01 \text{ keV}$ de una fuente de ^{133}Ba .

En este caso los parámetros de ajuste fueron:

$$\begin{aligned} h &= 70716(398) & r &= 12.38(44) \\ c &= 567.01(2) & \sigma &= 1.33(18) \\ \beta &= 4.24(18) & \text{step} &= 0.04(1) \\ a &= 0(0) & b &= 300(98) \end{aligned}$$

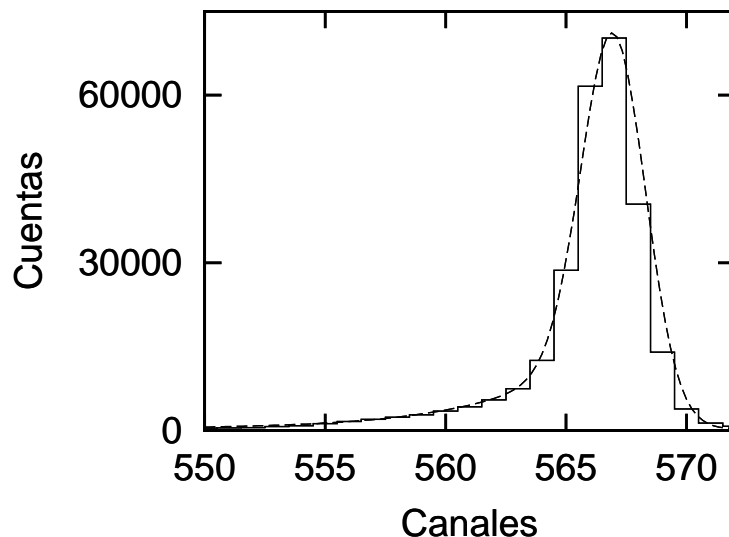


Figura 5.7: Ajuste del histograma experimental a la función propuesta $F(x)$

5.3 Cálculo de las áreas

Ya conocidos los parámetros de ajuste de los histogramas, el primer paso en el análisis de las áreas de los fotopicos, consiste en determinar la región donde las cuentas son debidas a la detección de un rayo γ .

En principio se pensaría que el intervalo utilizado en el ajuste del fotopico es el mismo intervalo para el cálculo de las áreas; pero pasa generalmente que este intervalo es muy grande y las áreas calculadas no son las correctas, normalmente se suman cuentas que no son originadas por la detección de los fotones de interés. En realidad no hay una certeza absoluta de cuál es el intervalo que se debería utilizar para la integración de la curva ajustada. Sin embargo, se puede recortar el intervalo teniendo algún criterio matemático que sea válido.

Descrito en palabras el criterio usado es:

Si la derivada de la recta $M(x)$ (ecuación 5.9) es igual a la derivada de la función ajuste $F(x)$ (ecuación 5.4) o $G'(x)$ (ecuación 5.3)), según corresponda, en ese punto se ha de parar de calcular el área y se toma como límite de integración.

Dado que la condición se cumple a ambos lados de la distribución, se toman los dos extremos donde la condición matemática es válida como los límites superior o inferior de la integral, según corresponda a la región de altas o bajas energías.

En lenguaje matemático significa que:

$$\frac{dF(x)}{dx} = \frac{dM(x)}{dx} = a \quad (5.10)$$

donde $M(x)$ es la recta utilizada en las funciones ajuste $F(x)$ y $G'(x)$, por su parte a es la pendiente de esta recta.

En la figura 5.8 se observa el área efectiva para el cálculo de las intensidades en un

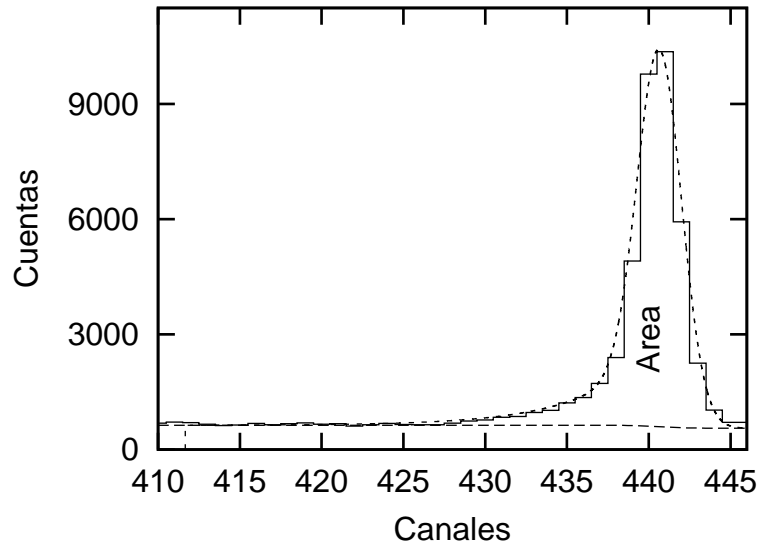


Figura 5.8: Diagrama del área neta calculada

histograma deformado.

Una vez hecho esto, se halla el área bajo de la curva. Claramente para el cálculo del área solamente se han de tener en cuenta las componentes de las funciones ajuste, que son producto de la detección del fotón, esto quiere decir que las únicas componentes a tener en cuenta son la $G(x)$ y $S(x)$ para las curvas con cola en la región de bajas energías, y $G'(x)$ para las gaussianas. Las componentes $T(x)$ y $M(x)$ de las funciones **no** son tenidas en cuenta para el cálculo de la intensidad relativa (área total) ya que el área que suman en el espectro es producto de la detección de la radiación de fondo. En la figura 5.8 se puede ver cuál es la región de la curva que contribuye a la intensidad relativa.

El razonamiento anterior nos dice que las áreas han de ser calculadas según:

$$area = A(x) = \int_{E_{inf}}^{E_{sup}} F(x)dx - \int_{E_{inf}}^{E_{sup}} (T(x) + M(x))dx \quad (5.11)$$

para el caso de las curvas *gaussianas deformadas*.

Si $q(x) = T(x) + M(x)$, entonces:

$$area = A(x) = \int_{E_{inf}}^{E_{sup}} F(x)dx - \int_{E_{inf}}^{E_{sup}} q(x)dx \quad (5.12)$$

o, si la curva es una *gaussiana normal*:

$$area = A'(x) = \int_{E_{inf}}^{E_{sup}} G'(x)dx - \int_{E_{inf}}^{E_{sup}} M(x)dx. \quad (5.13)$$

En estas ecuaciones E_{inf} y E_{sup} son los intervalos inferior y superior de la integral hallados según el criterio expuesto.

5.4 Propagación de errores para el cálculo del área bajo la función $F(x)$.

Para hallar la incertidumbre asociada al área de un fotopico se ha de tener en cuenta el aporte de cada una de las integrales reportadas en las ecuaciones 5.12 y 5.13.

En el primer caso, si se tiene que σ_F es la incertidumbre asociada a la integral de $F(x)$ y σ_q es la incertidumbre respectiva de $q(x)$; el error asociado al área ($A(x)$) es encontrado con:

$$\sigma_{area}^2 = \sigma_F^2 + \sigma_q^2. \quad (5.14)$$

Es claro que en el ajuste de la función $F(x)$ al histograma de frecuencias actúan los parámetros de ajuste ($H, R, C, \beta, \sigma, STEP, a, b$); cada uno de ellos con su respectivo error. Ello hace que para el cálculo de la incertidumbre del área, todos los errores de los parámetros sean tenidos en cuenta. El procedimiento normal a seguir en estos casos es hacer propagación de errores.

Como ejemplo ilustrativo para mostrar cómo se hace la propagación de los errores en el área, tomemos a H como único parámetro de ajuste que aporta incertidumbre al cálculo de la integral de la función $F(x)$. En este caso el error en el área es:

$$\sigma_{F(x)} = \left| \frac{dA(x)}{dH} \right| \sigma_H = \left| \frac{d}{dH} \left(\int F(x)dx - \int q(x)dx \right) \right| \sigma_H \quad (5.15)$$

o escrita de otra forma:

$$\sigma_{F(x)}^2 = \left| \int \frac{dF(x)}{dH} dx - \int \frac{dq(x)}{dH} (q(x)) dx \right| \sigma_H \quad (5.16)$$

obsérvese que para hallar este valor es necesario conocer la derivada de la funciones $F(x)$ y $q(x)$ respecto a H .

Si bien H es uno de los parámetros de ajuste, no es el único que aporta a la incertidumbre del área, y por ello para cada uno de los parámetros restantes se sigue este procedimiento.

Lo primero que se hace es hallar las derivadas de $F(x)$ y $q(x)$ respecto a cada uno de los parámetros. Estas derivadas se encuentran reportadas en el *Apéndice 1*.

Según la definición dada en 5.16, el aporte de $F(x)$ al error de la integral es:

$$\begin{aligned} \sigma_F^2 = & \left(\frac{dF(x)}{d\sigma} \right)^2 \sigma_\sigma^2 + \left(\frac{dF(x)}{d\beta} \right)^2 \sigma_\beta^2 + \left(\frac{dF(x)}{dc} \right)^2 \sigma_c^2 + \left(\frac{dF(x)}{dR} \right)^2 \sigma_R^2 + \\ & \left(\frac{dF(x)}{dH} \right)^2 \sigma_H^2 + \left(\frac{dF(x)}{dSTEP} \right)^2 \sigma_{STEP}^2 + \left(\frac{dF(x)}{da} \right)^2 \sigma_a^2 \left(\frac{dF(x)}{db} \right)^2 \sigma_b^2 \end{aligned} \quad (5.17)$$

en esta ecuación $\sigma_a, \sigma_b, \sigma_H, \sigma_R, \sigma_c, \sigma_\beta, \sigma_\sigma$ y σ_{STEP} son los errores reportados por el programa de ajuste para los parámetros respectivos.

De la misma forma el aporte de $q(x)$ al error es:

$$\sigma_q^2 = \left(\frac{dq(x)}{d\sigma}\right)^2 \sigma_\sigma^2 + \left(\frac{dq(x)}{dc}\right)^2 \sigma_c^2 + \left(\frac{dq(x)}{dH}\right)^2 \sigma_H^2 + \left(\frac{dq(x)}{dSTEP}\right)^2 \sigma_{STEP}^2 + \left(\frac{dq(x)}{da}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{dq(x)}{db}\right)^2 \sigma_b^2 \quad (5.18)$$

Así conocidos σ_F^2 y σ_q^2 con la ecuación 5.14 se calcula rápidamente el error asociado para el área de cada uno de los fotopicos.

5.4.1 Cálculo de los errores

Sin embargo ocurre que los errores calculados para las áreas de las distribuciones teniendo en cuenta todas las consideraciones mencionadas anteriormente exceden notablemente los valores de las mismas áreas. Son las incertidumbres hasta 400 veces o más el valor del área calculada en los fotopicos de los espectros.

Si existiese alguna dependencia de alguno o algunos de los parámetros de $F(x)$ respecto a E_γ , se podría ajustar una curva que seguramente permitiría fijar el valor de este o estos parámetros. Si esto sucediera el error asociado al área de un fotopico se podría reducir. Utilizando los valores de R encontrados en las fuentes de calibración se ajustó

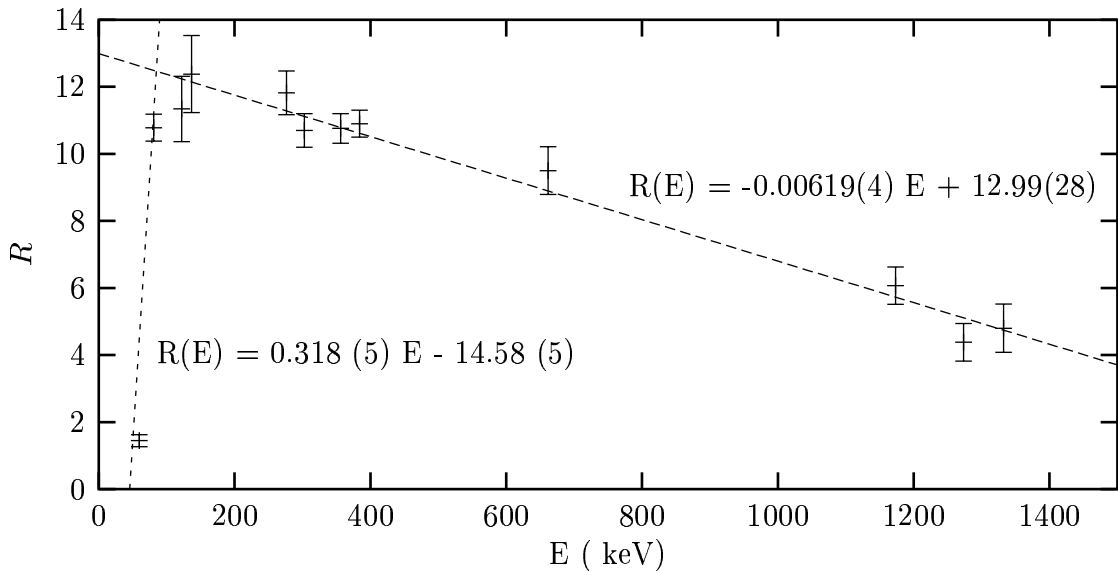


Figura 5.9: Ajuste parámetro R en función de la Energía

este parámetro en función de la energía. El resultado es una recta a altas energías ($E_\gamma > 100$ keV) y otra a bajas energías ($E_\gamma < 100$ keV) (ver figura 5.9).

De la misma forma se hace el ajuste para el parámetro β . Las curvas resultantes son dos rectas, cada una en la región de bajas y altas energías respectivamente (ver figura 5.10).

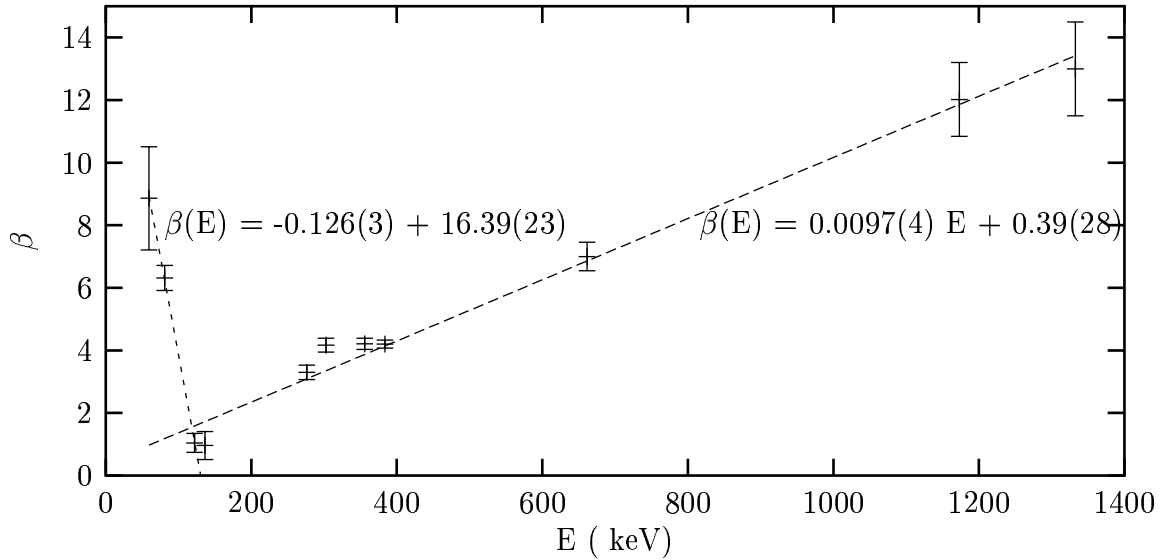


Figura 5.10: Ajuste parámetro β en función de la Energía

El paso siguiente dentro del proceso fue calcular el valor de los parámetros R y β en los valores de energía de interés del espectro de las muestras de suelo. Posteriormente se hizo el ajuste respectivo de la función $F(x)$ a estos fotopicos.

Una observación interesante es que fijando los valores para los *dos parámetros* la curva ajuste $F(x)$ nunca llega a acercarse a la forma de los histogramas de frecuencia.

Pero, cuando el parámetro R está fijo y todos los otros se ponen a variar, el ajuste se logra, y el error disminuye considerablemente, tanto que llegó en algunos casos a tener valores inferiores al 10% del área calculada para el fotopico, el cuál ya es un error con el que se puede trabajar.

5.5 Propagación de errores para el cálculo del área bajo la función $G'(x)$.

Si la función utilizada para el ajuste de los histogramas es una gaussiana (ecuación 5.3), los parámetros de ajuste son H , c , σ , a , b ; cada uno de los cuales según el programa de ajuste tiene una incertidumbre. Según el procedimiento ya descrito la incertidumbre total para el área se ha de calcular según:

$$\sigma_{G'}^2 = \left(\frac{dG'(x)}{d\sigma}\right)^2 \sigma_{\sigma}^2 + \left(\frac{dG'(x)}{dc}\right)^2 \sigma_c^2 + \left(\frac{dG'(x)}{dH}\right)^2 \sigma_H^2 + \left(\frac{dG'(x)}{da}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{dG'(x)}{db}\right)^2 \sigma_b^2 \quad (5.19)$$

donde σ_H , σ_c , σ_{σ} , σ_b y σ_a son los errores asociados a las variables de los subíndices, y las derivadas por su parte son reportadas en el *Apéndice C*.

Capítulo 6

Calibración del Detector

6.1 Calibración en Energía

Los resultados entregados por el software **InSpector** están dados en “*Cuentas- Canales*”, para el análisis de cualquier espectro lo más adecuado es tenerlo en “*Cuentas-Energía*”, por lo tanto es necesario llevar a cabo un proceso de calibración. Lo que busca el proceso es determinar la relación entre los canales y la energía de la radiación detectada. El elemento más usado para la calibración es el ^{152}Eu por tener una gran cantidad de energías de emisión γ . En este caso, y dada la ausencia de una fuente de calibración con esta característica, se usó el conjunto de fuentes de ^{259}Am , ^{133}Ba , ^{60}Co , ^{57}Co , ^{137}Cs y ^{22}Na , las cuales dan fotopicos de energías entre 59 y 1332 keV.

El primer paso en la calibración es tomar el espectro de estas fuentes; ya sea individualmente o en conjunto; y hacer el ajuste respectivo de cada fotopico para encontrar el valor del canal central y la desviación estandar, (*parámetro c* y *parámetro σ* de la función ajuste).

Posteriormente a cada centroide (*c*) se asocia el valor de energía del rayo gamma detectado. La relación entre “*Canales - Energía*” se espera lineal, de modo que se hace una regresión lineal para buscar los parámetros de la recta.

Una observación interesante es que el error está asociado a los canales y no a la energía. Por ello inicialmente se hace una regresión en *Canales-Energía*, cuyo resultado ha de ser:

$$C = (a \pm \sigma_a)E_\gamma + (b \pm \sigma_b) \quad (6.1)$$

donde las variables *C* y E_γ son las variables que representan los Canales y las Energías respectivamente, y $(a \pm \sigma_a)$, $(b \pm \sigma_b)$ son la pendiente y el punto de corte de la recta, acompañadas de sus respectivas incertidumbres.

En realidad interesa encontrar la relación inversa, es decir *Energía-Canales*, para ello se hallan los errores asociados a cada uno de los valores de energía y se realiza la respectiva regresión. Despejando E_γ de la ecuación 6.1 se obtiene:

$$E_\gamma = (m + \sigma_m)C + (n + \sigma_n) \quad (6.2)$$

donde $m = \frac{1}{a}$ es la pendiente de la recta y $n = \frac{-b}{a}$ es el punto de corte. Realizando propagación de errores a la ecuación 6.2 se llega a:

$$\sigma_{E_\gamma}^2 = \frac{\sigma_c^2 + \sigma_c^2}{a^2} + \sigma_a^2 \frac{(c^2 + b^2)}{a^4} \quad (6.3)$$

ecuación que permite el cálculo de σ_{E_γ} cuyo valor es la incertidumbre de cada E_γ .

En una de las calibraciones de los espectros se encontraron los siguientes datos:

Fuente	E_γ (keV)	Centroide (keV)
^{133}Ba	80.99	89.48(1.85)
^{133}Ba	276.40	300.74(2.46)
^{133}Ba	302.85	329.33(2.39)
^{133}Ba	356.01	386.83(2.26)
^{133}Ba	383.85	416.94(2.21)
^{137}Cs	661.66	717.40(1.27)
^{60}Co	1173.23	1270.75(1.18)
^{60}Co	1332.49	1443.06(1.16)

Tabla 6.1: Datos experimentales utilizados en la calibración en Energía-Canales

Para los datos reportados en la Tabla 6.1 se encuentra que la relación *Canales-Energía*

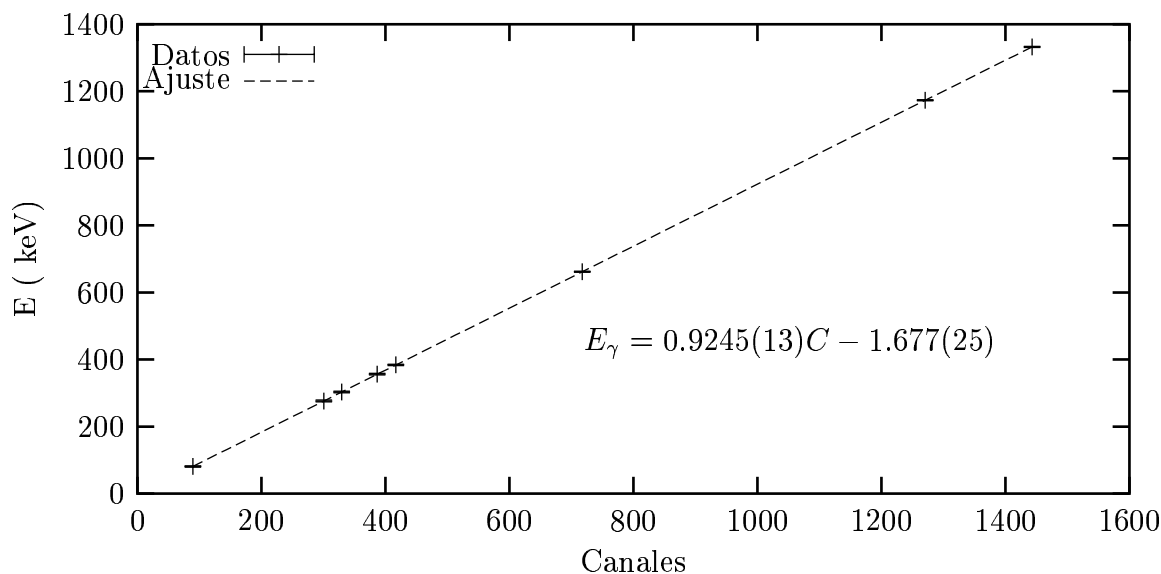


Figura 6.1: Ajuste Energía-Canales.

es:

$$C = 1.0816(1)E_\gamma(\text{keV}) - 1.797(27) \quad (6.4)$$

Una vez hallado los errores en las energías el resultado de la regresión *Energía-Canales* es el reportado en la ecuación 6.5, y la gráfica respectiva se observa en la figura 6.1:

$$E_{\gamma}(keV) = 0.9245(13)C - 1.677(25) \quad (6.5)$$

Asociados a este último ajuste son encontrados los valores de:

$$\begin{aligned} \chi^2 &= 0.0031 \\ \chi_r^2 &= 0.0005 \\ CL &= 0.912 \end{aligned}$$

lo que quiere decir que el ajuste tiene un nivel de confianza superior al 90%, es decir es suficientemente bueno.

Es evidente que la calibración anteriormente descrita se debe realizar con cada medición. *Cada espectro debe tener su propia calibración.* Muchas veces esta calibración se realiza al iniciar la medición y al terminar, ya que variaciones en la electrónica del detector pueden arrojar resultados corridos, si este es el caso se ha de elegir la mejor calibración posible.

6.2 Calibración en Eficiencia

Se determinó el espectro individual para las fuentes de ^{259}Am , ^{133}Ba , ^{60}Co , ^{57}Co , ^{137}Cs y ^{22}Na , con un tiempo de adquisición de datos de 5 minutos, a excepción de la fuente de ^{57}Co .

En cada uno de los fotopicos resultantes se ajustó la función $F(x)$ y para cada uno de ellos se calculó la intensidad relativa (área) y la incertidumbre (error en el área).

En la fuente de ^{57}Co se han tomado datos por 1 hora, se hace esto porque el tiempo de vida medio de la fuente es muy pequeño y la actividad para el momento de la medición es muy bajo, lo cual produce errores muy grandes en la intensidad relativa detectada. Para corregir este error se aumentó el tiempo de adquisición de los datos, y posteriormente se normalizó el área de cada histograma de este espectro con el tiempo de medición para el resto de las fuentes.

6.2.1 Cálculo de la Eficiencia

Cuando una fuente radiactiva se encuentra en los alrededores del detector, éste solo capta una fracción de los rayos γ que inciden sobre él, por lo que si se desea saber la actividad total de la fuente se debe calcular qué fracción de todos los rayos emitidos pueden ser capturados por el detector.

La eficiencia es una cantidad que sirve para caracterizar la capacidad de un instrumento para detectar radiación. Como ya se ha mencionado en capítulos anteriores la eficiencia que nos interesa conocer es la **eficiencia relativa**.

En el cálculo de la eficiencia se utilizan las fuentes antes mencionadas, al igual que sus datos de su calibración [10] y algunas especificaciones de sus rayos gamma [12].

Fuente	$A(t_{medicion})(kBq)$
^{241}Am	36.12
^{22}Na	0.096
^{60}Co	17.74
^{57}Co	0.096
^{133}Ba	27.27
^{137}Cs	39.19

Tabla 6.2: Actividades de las fuentes el día de la medición

La expresión matemática utilizada para el cálculo de la eficiencia relativa es la reportada en la ecuación 3.2. En el denominador de esta ecuación se encuentra un término asociado a la actividad de la fuente. Estas fuentes fueron calibradas en algún momento (el cual es conocido). La actividad de la fuente para cualquier instante de tiempo posterior a su calibración será calculada a partir de la *Ley de decaimiento radiactivo*. En la tabla 6.2 se reportan los datos de las actividades calculadas para las fuentes el día de la medición.

Igualmente en el denominador de la ecuación 3.2 está el branching o probabilidad de que la fuente decaiga emitiendo el rayo γ de interés; y por último en el numerador aparece I_γ cantidad que representa el área bajo la curva ajustada al histograma de cada fotopico. Como todos los valores son conocidos el cálculo de la eficiencia es inmediato.

$E_\gamma(keV)$	$\epsilon_\gamma(\sigma_\epsilon)$
59.54	181 (11)
80.00	326 (19)
122.06	437 (49)
136.47	431 (21)
276.39	203 (12)
302.85	200 (11)
356.01	168 (6)
383.84	169 (8)
661.66	84 (4)
1173.22	44 (16)
1274.70	38 (6)
1332.49	41 (18)

Tabla 6.3: Eficiencia relativa del detector

En la tabla 6.3 se reportan en la primera columna los valores de las energías para los fotopicos provenientes de las fuentes de calibración, en la segunda columna el valor obtenido para la eficiencia, al igual que el valor del valor de su error el cual ha sido obtenido por propagación de errores.

6.2.2 Ajuste de la Eficiencia

Con los datos calculados para la eficiencia se hace un ajuste para la forma de la curva. Para realizar tal ajuste se puede proponer una función, o una suma de funciones definidas sobre intervalos de energía determinados. En este trabajo la *eficiencia relativa* va a ser ajustada a las funciones reportadas en las ecuaciones 6.6 y 6.7, válidas respectivamente a bajas energías ($E_\gamma < 100keV$) y a altas energías ($E_\gamma > 100keV$).[15]

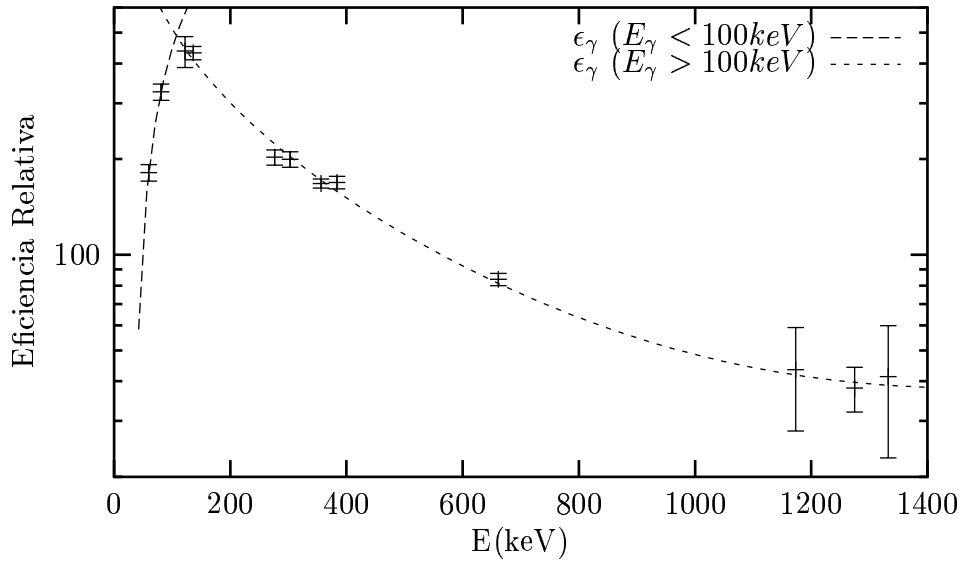


Figura 6.2: Ajuste de la curva de la eficiencia

$$\log(\epsilon_\gamma) = a + b \left(\log \left(\frac{E_\gamma}{100} \right) \right) + c \left(\log \left(\frac{E_\gamma}{100} \right) \right)^2 \quad E_\gamma < 100keV \quad (6.6)$$

$$\log(\epsilon_\gamma) = d + e \left(\log \left(\frac{E_\gamma}{1000} \right) \right) + f \left(\log \left(\frac{E_\gamma}{1000} \right) \right)^2 \quad E_\gamma > 100keV \quad (6.7)$$

donde ϵ_γ es la *eficiencia relativa*, E_γ es la energía del rayo detectado, a, b, c y d, e, f son los parámetros respectivos de ajuste para las dos funciones.

En la figura 6.2 se muestra el ajuste realizado, cuyos parámetros toman los siguientes valores :

$E_\gamma < 100keV$	$E_\gamma > 100$
$a = 447.3(1.2)$	$d = 48.5(3.5)$
$b = 609.8(3.4)$	$e = -52.4(3.0)$
$c = 182(7)$	$f = 64.9(1.7)$

Capítulo 7

Identificación de las Energías de las Transiciones γ

Se hicieron 4 mediciones para cada muestra (A , B), con un tiempo vivo de 3 horas. El tiempo muerto es aquel durante el cual es procesado el pulso dentro del detector y la electrónica del aparato, durante éste el detector no responde a ningún otro pulso. Para compensar el tiempo durante el cual el sistema está muerto, el reloj que mide el **tiempo vivo** está apagado por intervalos de tiempo muerto, por lo tanto este tiempo corregido extiende el tiempo de medida en una cantidad igual al tiempo durante el cual el detector estuvo apagado.

Los espectros producto de estas mediciones son sumados con la ayuda de un programa, de modo que los reportados tienen un tiempo vivo de medición acumulado de *6 horas*. En el análisis se emplearon 2 espectros con histogramas deformados y 2 con histogramas simétricos; es decir que en total son 2 espectros para cada muestra.

7.1 Espectro de Energías de la muestra A

El espectro con fotopicos deformados de la muestra A se relaciona por intervalos de energía en la Figura 7.1, en ella se observan los fotopicos rotulados con el símbolo del isótopo emisor del rayo *gamma* y el valor correspondiente de la energía detectada.

La identificación de las energías fue hecha comparando los valores obtenidos de los parametros c (centroide) y σ (desviación típica) para las curvas ajuste con los valores teóricos publicados en diferentes fuentes bibliográficas [6, 12, 13, 14].

Los isótopos corresponden casi en su totalidad a elementos presentes dentro de las cadenas radiactivas de ^{238}U y ^{232}Th .

Dentro de los isótopos de la cadena del Uranio tenemos la presencia de ^{214}Po con 4 energías identificadas en el espectro, ^{214}Bi con 2, ^{222}Rn con 1 y ^{234}Pa con 1 energía identificada en el espectro.

Por otra parte, dentro de los isótopos correspondientes a la cadena del ^{232}Th se encontraron el ^{212}Bi con 1 energía, ^{212}Po con 1, ^{228}Th con 3 y ^{208}Pb con 2 energías identificadas.

Además dentro del espectro aparece el ^{40}K con su fotopico característico de 1460 keV.

Los resultados de la identificación de isótopos y energías se encuentran consignados en la tabla siguiente :

$E_{\gamma}(\sigma)$ (keV)	E_{γ} (keV)	Isótopo	Cadena
92.5 (5)	92.8	^{234}Pa	^{238}U
185.6 (5)	186.1	^{222}Rn	^{238}U
238.4 (6)	238.6	^{212}Bi	^{232}Th
295.0 (5)	295.2	^{214}Bi	^{238}U
337.9 (5)	338.3	^{228}Th	^{232}Th
351.7 (6)	351.1	^{214}Bi	^{238}U
510.6 (9)	510.8	^{208}Pb	^{232}Th
582.7 (6)	583.2	^{208}Pb	^{232}Th
608.9 (7)	609.3	^{214}Po	^{238}U
726.6 (7)	727.3	^{208}Po	^{232}Th
859.8 (7)	860.6	^{208}Pb	^{232}Th
910.7 (8)	911.2	^{228}Th	^{232}Th
968.4 (7)	969.0	^{228}Th	^{232}Th
1119.9 (7)	1120.3	^{214}Po	^{238}U
1460.2 (9)	1460.0	^{40}K	K
1764.0 (8)	1764.5	^{214}Po	^{238}U
2614.0 (1)	2614.5	^{208}Pb	^{232}Th

Tabla 7.1: Datos para la identificación de las energías de los fotopicos

En las tablas 7.1 y 7.2 se reportan en primer lugar las energías de las transiciones gamma identificadas dentro del espectro acompañadas de su error (σ), en la segunda columna están los valores teóricos esperados para estas transiciones, en la tercera el isótopo emisor de ésta, y en la cuarta columna la cadena radiactiva que contiene el isótopo anteriormente mencionado.

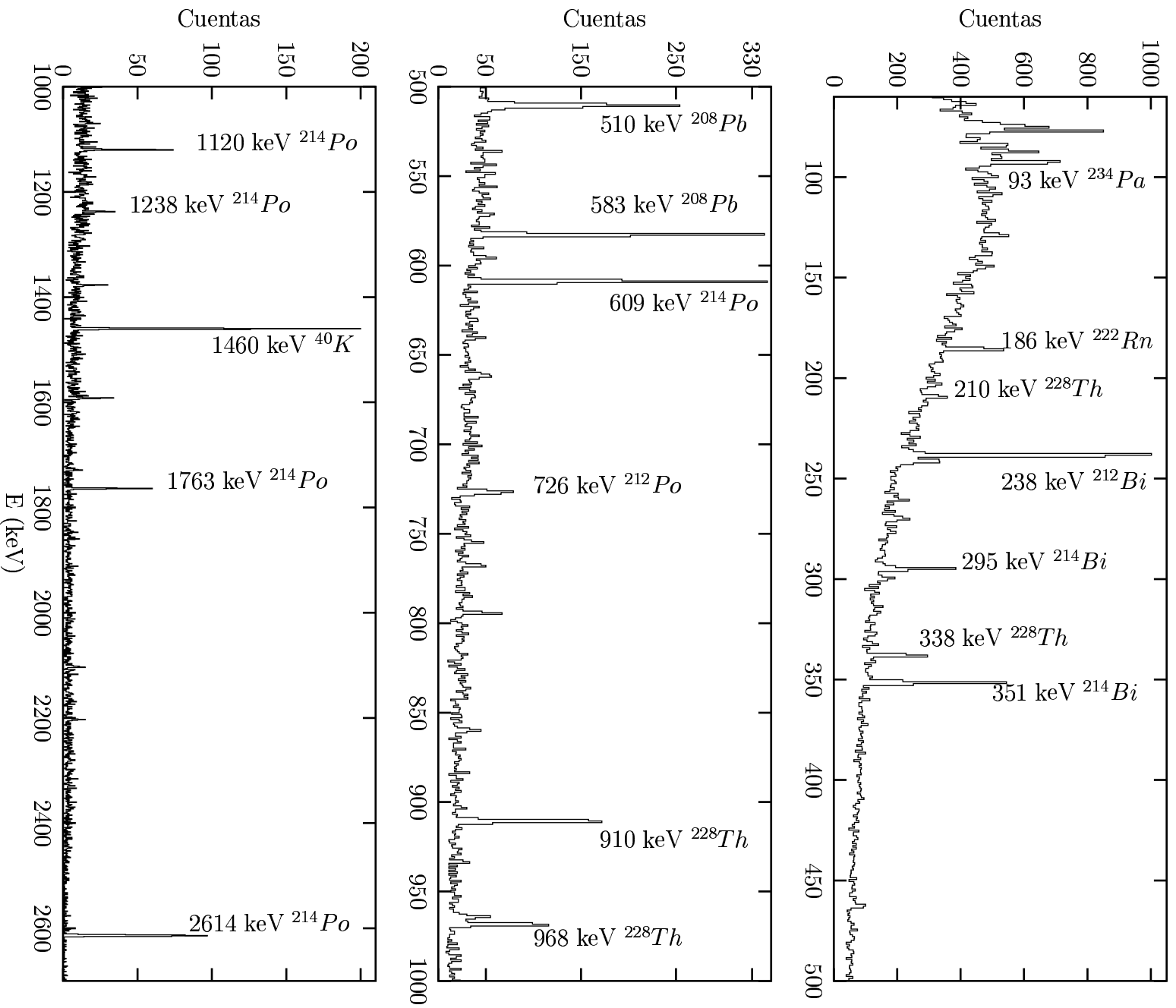


Figura 7.1: Espectro de la muestra A

7.2 Espectro de Energías para la muestra B

Los elementos encontrados para la muestra **B** son reportados por intervalos de energía en la figura 7.2.

Los isótopos identificados en esta muestra corresponden exactamente a los de la muestra anterior. Claro está, los valores de los errores en el centroeide son más grandes en este caso, dada la forma de la distribución gaussiana de los histogramas, por esta razón el cubrimiento con el error del valor teórico es mayor.

Aunque estos son sólo dos de los cuatro espectros obtenidos, es suficiente para ilustrar los demás, ya que la información que se puede extraer respecto a identificación de isótopos y energías es la misma, solamente existen diferencias si se comparan las intensidades de los fotopicos.

Los fotopicos identificados dentro de la muestra *B* se encuentran reportados en la siguiente tabla:

σ (keV)	E_γ (keV)	Isótopo	Cadena
92.7 (2)	92.8	^{234}Pa	^{238}U
185.8 (1)	186.1	^{222}Rn	^{238}U
238.5 (2)	238.6	^{212}Bi	^{232}Th
295.25 (2)	295.2	^{214}Bi	^{238}U
338.2 (2)	338.3	^{228}Th	^{232}Th
351.8 (1)	351.1	^{214}Bi	^{238}U
510.7 (1)	510.8	^{208}Pb	^{232}Th
583.1 (1)	583.2	^{208}Pb	^{232}Th
609.2 (1)	609.3	^{214}Po	^{238}U
726.7 (2)	727.3	^{208}Po	^{232}Th
859.5 (1)	860.6	^{208}Pb	^{232}Th
911.1 (1)	911.2	^{228}Th	^{232}Th
968.9 (1)	969.0	^{228}Th	^{232}Th
1110.6 (1)	1120.2	^{214}Po	^{238}U
1459.8 (1)	1460.0	^{40}K	^{40}K
1764.8 (1)	1764.5	^{214}Po	^{238}U
2615.0 (1)	2614.5	^{208}Pb	^{232}Th

Tabla 7.2: Datos para la identificación de las energías de los fotopicos

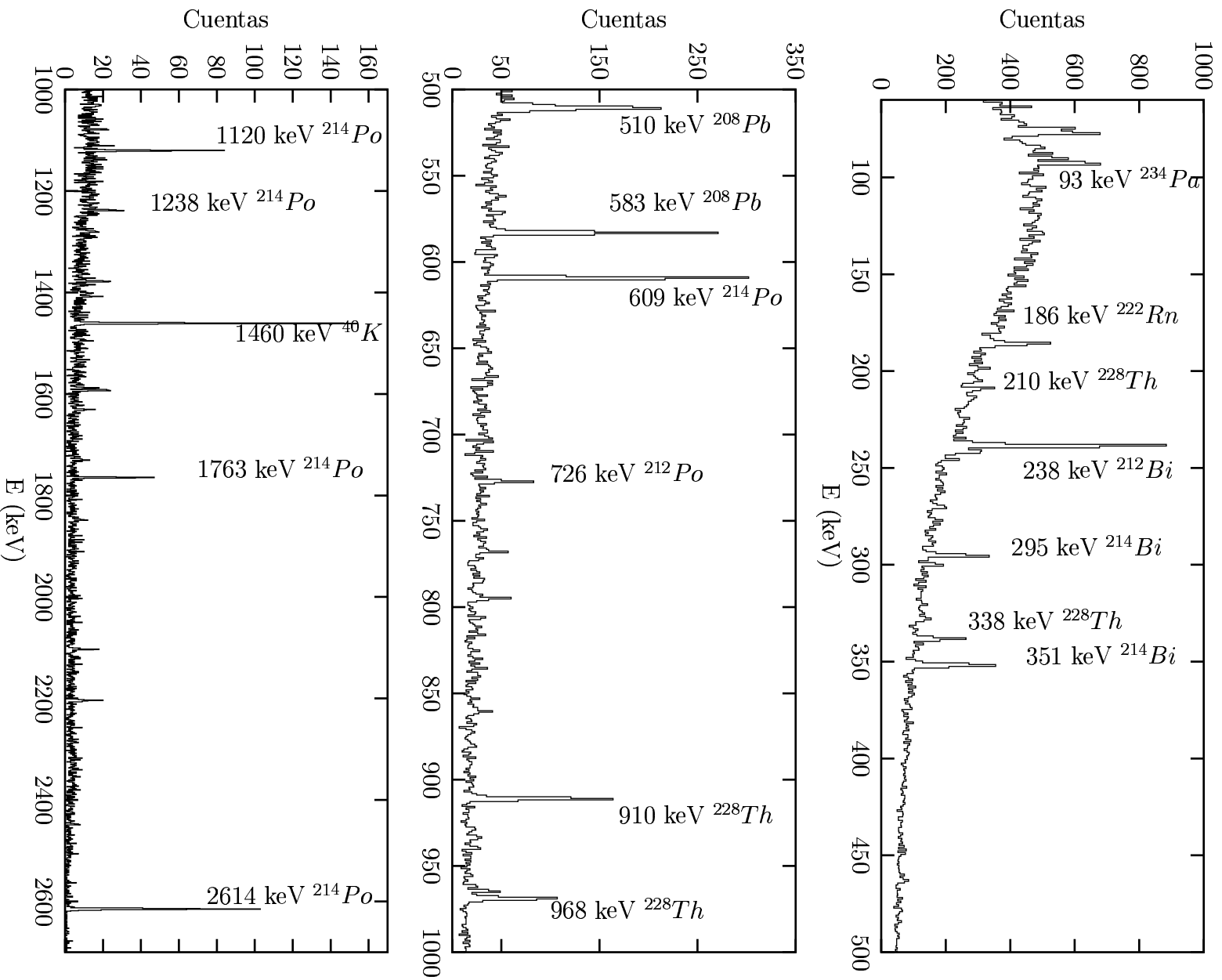


Figura 7.2: Espectro de la muestra B

Capítulo 8

Verificación de la condición de equilibrio secular

8.1 Corrección de las intensidades de los fotopicos

Cada fotopico del espectro experimental va a mostrar cierta intensidad (un valor determinado para el área). En general éste valor requiere de una serie de correcciones. La primera de ellas es debida a la dependencia que adquiere con la eficiencia del detector en la energía indicada, la cual se hace mediante la expresión:

$$N_{\gamma} = \frac{N_{medido}}{\epsilon_{\gamma}}, \quad (8.1)$$

donde N_{medido} es el valor encontrado para la integral de la curva ajustada al histograma, y ϵ_{γ} es la eficiencia calculada en el valor de la energía asociado al centroide de la distribución.

La segunda, es debida a la posibilidad de que el núcleo en el estado excitado decaiga emitiendo electrones de conversión interna, la corrección correspondiente se hace para tener en cuenta el número total de decaimientos en cada isótopo. La presente corrección se hace mediante la ecuación:

$$N_T = \frac{N_{medido}}{\epsilon_{\gamma}}(1 + \alpha) \quad (8.2)$$

donde α es el coeficiente de conversión interna.

En tercer lugar para verificar que el equilibrio secular se conserva, es decir que no haya pérdida de material por procesos no radiactivos, las intensidades detectadas, salvo las correcciones ya mencionadas, han de ser coherentes con las ramificaciones presentadas en cada estado de la cadena.

Para introducir estas correcciones, lo más adecuado es tomar un ejemplo y seguir dentro de éste el tipo de correcciones apropiadas. Para ello tomemos la cadena de decaimientos de ^{232}Th de la Figura 1.4. En ella se observa una serie de ramificaciones dentro de la cadena principal, específicamente nos interesa la que aparece en la región correspondiente del isótopo ^{212}Bi (Figura 8.1). Este núcleo tiene la posibilidad de

decaer de dos formas distintas, cada una de las cuales tiene su respectiva probabilidad representada por el número en porcentaje que se coloca en cada camino en la Figura 8.1; en el primero la probabilidad de emisión es 35.94%, esto quiere decir que del total de emisiones del ^{212}Bi , el 35.94% de ellas van a poblar al ^{208}Tl , y en el segundo el 64% de ellas va a llegar al ^{212}Po . Si nuestro interés está en una serie de rayos γ emitidos

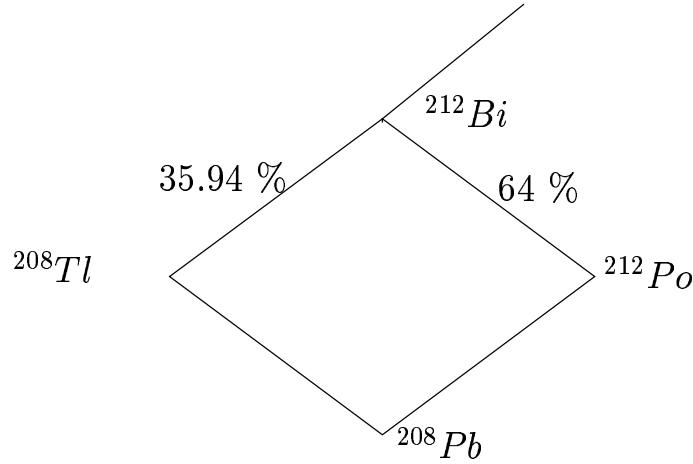


Figura 8.1: Diagrama de una parte de la cadena natural de ^{232}Th

por el ^{208}Pb , claramente esta ramificación es importante e indicaría que si N_{padre} es el número de decaimientos que bajan por la cadena, la cantidad que llega del ^{212}Bi al ^{208}Tl es:

$$N_1 = b_1 N_{\text{padre}} = 0.359 N_{\text{padre}}. \quad (8.3)$$

donde b_1 es la probabilidad de que el núcleo sea poblado. Este valor se debe conservar si no hay pérdida de material radiactivo, por lo tanto N_1 estaría poblando al ^{208}Pb .

El ^{208}Pb puede ser formado por decaimiento β^- del ^{208}Tl ; éste núcleo quedará en una serie de estados excitados, cada uno de los cuales tiene una probabilidad de ser poblado por la conversión de ^{208}Tl en ^{208}Pb ; esta probabilidad será llamada b_2 y se da en forma de porcentaje en los números que se encuentran sobre las líneas punteadas de la Figura 8.2.

Como la actividad inicial del ^{208}Tl es N_1 , y puebla algún estado excitado del núcleo hijo (llamémoslo estado V) el cual tiene como característica adicional que decae por emisión γ , la intensidad característica de esta emisión, si solamente emite un rayo gamma es:

$$N_2 = b_2 N_1 \quad (8.4)$$

donde b_2 es la probabilidad de que exista el poblamiento de dicho estado.

Si el caso es que este estado V tiene a su vez diferentes posibilidades de decaer, cada una de estas posibilidades va a tener un branching asociado (el cuál se llamará b_3), y también tiene que introducirse en la corrección. Por ejemplo en la figura 8.2 el estado correspondiente al branching 24.5 % tiene tres formas diferentes de emitir rayos gamma, cada una de las cuales cuenta con su propia probabilidad de emisión ($b_{\gamma 1} = 0.40$,

$b_{\gamma_2} = 22.6$ y $b_{\gamma_3} = 0.30$).

Estos números representan probabilidades relativas de emisión gamma. Por lo tanto

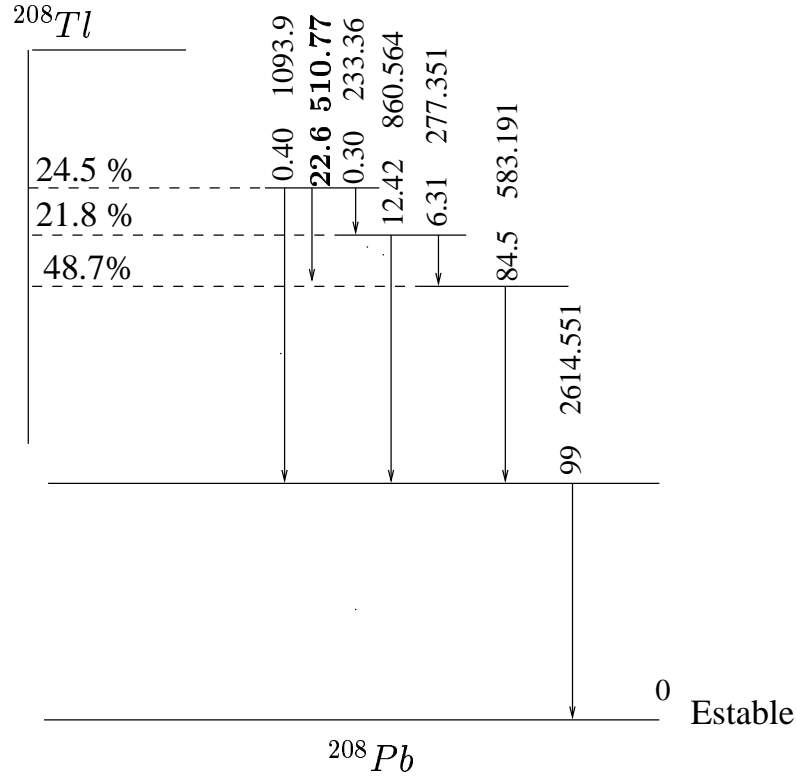


Figura 8.2: Diagrama de transiciones γ para el ^{208}Pb [12]

para poderlos usar de la misma manera que cualquier otro branching, la suma se normaliza a uno y la probabilidad se recalcula para cada transición.

Para el ejemplo en la Figura 8.2 la suma de los b_{γ_i} es igual a 22.7; esto quiere decir que la ramificación cuyo valor asociado es 22.6, tiene una probabilidad casi de 1 de ser elegida como camino para la emisión γ .

Se concluye entonces que para calcular el número de decaimientos a partir de esta energía de excitación, se tienen que multiplicar las respectivas probabilidades; ya sean las pertenecientes a las cadenas, a los estados, a las ramificaciones en los estados o a todas, según corresponda. De modo que la intensidad asociada a una energía E_{γ} dentro del espectro es:

$$N_T = b_1 b_2 b_3 N_{padre} \quad (8.5)$$

donde N_T es el número de decaimientos para una energía dada, N_{padre} es la actividad del núcleo padre dentro de la cadena; b_1 es la ramificación asociada a la cadena radiactiva, b_2 la correspondiente al estado de interés y b_3 es la ramificación que presenta el estado en la energía de interés.

Finalmente para introducir todas las correcciones mencionadas para la intensidad se igualan las ecuaciones 8.5 y 8.2, de donde se obtiene:

$$N_T = \frac{N_{medido}}{\epsilon_\gamma}(1 + \alpha) = b_1 b_2 b_3 N_{padre} \quad (8.6)$$

Si la condición de equilibrio secular se cumpliera las intensidades N_{padre} calculadas con cualquiera de los isótopos presentes en el espectro deberían ser iguales; teniendo N_{medido} la cantidad en cuestión se ha de calcular con:

$$N_{padre} = \frac{N_{medido}}{\epsilon_\gamma} \frac{(1 + \alpha)}{b_1 b_2 b_3} \quad (8.7)$$

donde los coeficientes α son hallados de una serie de graficas en las que se reportan los valores para los diferentes tipos de transiciones γ ($E1, E2, E3, \dots M1, M2, \dots etc$) a diferentes Z en función de la energía [12].

Los valores utilizados son los reportados en la tabla 8.1. La primera columna de dicha tabla tiene cada energía analizada en los espectros, y la segunda los valores de α para cada una de ellas.

E_γ (keV)	α
186.1	0.7
238.6	0.85
295.1	0.75
351.1	0.45
583.2	0.02
609.3	0.02
727.3	0.02
860.0	0.02
910.6	0.01
969.0	0.01
1120.3	0
1238.5	0
1763.6	0

Tabla 8.1: Valores utilizados del coeficiente de conversión interna

Para trabajar los errores se supone una incertidumbre en su valor del 5%, así como se menciona en la fuente bibliográfica [12].

8.1.1 Corrección de las intensidades para los fotopicos del espectro con ajustes a *gaussianas deformadas*

Muestra A

$E_\gamma (keV)$	Isótopo	Área (error)	N_{padre} (error)
186.1	^{222}Rn	323 (3844)	31 (80)
295.1	^{214}Bi	374 (458)	10 (4)
351.1	^{214}Bi	719 (370)	12 (2)
609.3	^{214}Po	566 (80)	14 (2)
1120.3	^{214}Po	131 (65)	18 (6)
1238.5	^{214}Po	56 (74)	22 (12)
1763.6	^{214}Po	124 (35)	22 (2)

Tabla 8.2: Resultados para los isótopos correspondientes a la cadena de ^{238}U de la **muestra A**

$E_\gamma (keV)$	Isótopo	Área (error)	N_{padre} (error)
910.6	^{228}Th	345 (72)	30 (4)
969.0	^{228}Th	203 (31)	34 (7)
238.6	^{212}Bi	1398 (652)	20 (9)
727.3	^{212}Po	146 (3800)	30 (588)
583.2	^{208}Pb	505 (3116)	29 (10)
860.0	^{208}Pb	55 (69)	20 (84)

Tabla 8.3: Resultados para los isótopos correspondientes a la cadena de ^{232}Th de la **muestra A**

Muestra B

$E_\gamma (keV)$	Isótopo	Área (error)	N_{padre} (error)
186.1	^{222}Rn	324 (1407)	31 (218)
295.2	^{214}Bi	358 (236)	11 (8)
351.1	^{214}Bi	654 (129)	13 (5)
609.3	^{214}Po	544 (80)	14 (2)
1120.3	^{214}Po	114 (40)	21 (10)
1238.5	^{214}Po	52 (28)	23 (31)
1763.6	^{214}Po	132 (10)	21 (6)

Tabla 8.4: Resultados para los isótopos correspondientes a la cadena de ^{238}U de la **muestra B**

$E_\gamma (keV)$	Isótopo	Área (error)	N_{padre} (error)
911.2	^{228}Th	300 (39)	34 (7)
969.0	^{228}Th	197 (38)	35 (7)
238.6	^{212}Bi	1178 (988)	23 (6)
727.3	^{212}Po	140 (2780)	73 (1897)
583.2	^{208}Pb	477 (160)	31 (186)
860.0	^{208}Pb	59 (251)	19 (23)

Tabla 8.5: Resultados para los isótopos correspondientes a la cadena de ^{232}Th de la **muestra B**

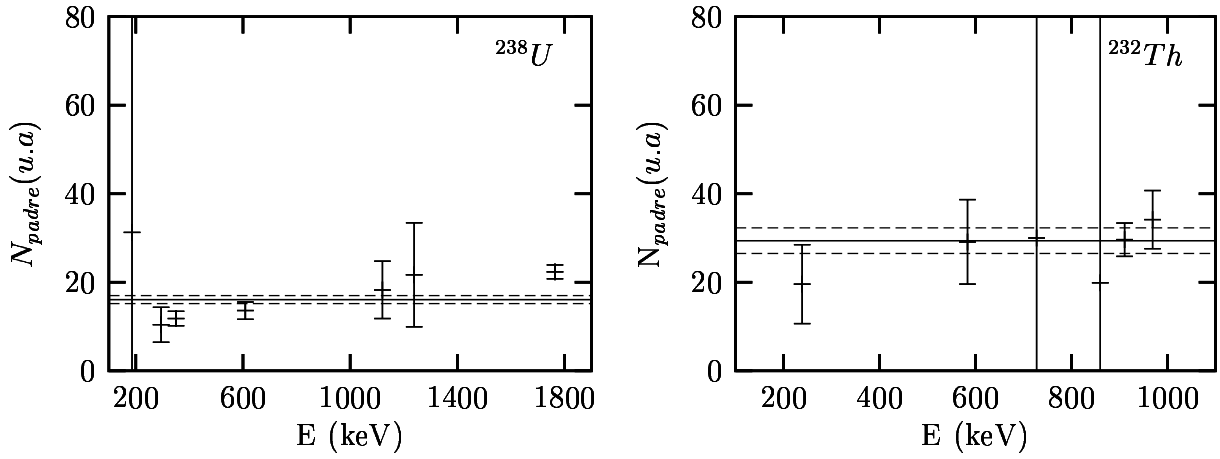


Figura 8.3: Valores obtenidos para N_{padre} en la **muestra A** con ajustes a gaussianas deformadas (Tablas 8.2 y 8.3)

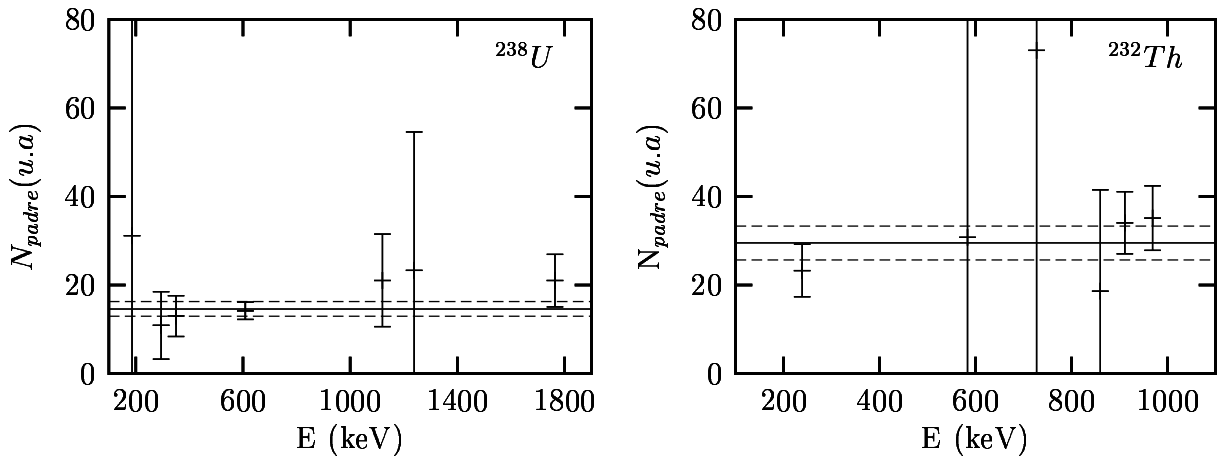


Figura 8.4: Valores obtenidos para N_{padre} en la **muestra B** con ajustes a gaussianas deformadas (Tablas 8.4 y 8.5)

8.1.2 Análisis de resultados ajustes gaussianas deformadas

Las tablas reportadas en la sección inmediatamente anterior contienen en su primera columna los valores de energía mas intensos identificados en los respectivos espectros, en la segunda columna se encuentra el isótopo del cual proviene el rayo gamma de dicha energía, en la tercera el área y el error correspondiente a los fotopicos, y en la cuarta columna el valor corregido para ésta con su respectivo error.

Inmediatamente después de las tablas se encuentran las gráficas correspondientes a cada una de ellas; en éstas se representan los valores de N_{padre} en función de la energía con sus respectivos errores (figuras 8.3, 8.4, 8.5 y 8.6).

En las tablas 8.2 y 8.4 se muestran los resultados para los isótopos correspondientes a la serie de ^{238}U de las muestras A y B . Igualmente en las tablas 8.3 y 8.5 están los correspondientes a los isótopos de la cadena de ^{232}Th .

En estas series de tablas se observa la existencia de muchos fotopicos donde los errores asociados a sus áreas son muy grandes, y por lo tanto el valor del área es incierto. Como ya se ha dicho los fotopicos fueron ajustados a la función $F(x)$ (*gaussiana deformada*) con valores fijos para el parametro R ; a pesar de ello, el error sigue siendo demasiado grande en algunos casos. Obsérvese por ejemplo el área para el fotopico de Energía $186.10 keV$ proveniente del ^{222}Rn , el valor del error asociado a su área es casi 4 veces mas grande en la muestra B (ver tabla 8.4), y casi 12 veces el valor de esta misma en la muestra A (ver tabla 8.2). Este pico tiene una forma de histograma un tanto difícil de ajustar con la función $F(x)$, y de ahí la gran incertidumbre en cuanto a su ajuste y posterior cálculo del área.

Si bien éste es el pico con mayor incertidumbre, no es el único, existen otros fotopicos como los de energías $E_\gamma = 295.21$, $E_\gamma = 727.33$ y $E_\gamma = 860.10$ (todos en keV) los cuales también tienen un gran error; en éste caso la magnitud de la incertidumbre puede ser debida a la baja intensidad detectada, por lo cuál las formas de los histogramas tienden a alejarse de las deseadas. Igualmente el fotopico con energía $E_\gamma = 238.54$, si bien es uno de los mas intensos dentro del espectro, presenta deformación en su región de altas energías debido a la superposición del fotopico de energía $E_\gamma = 241.98$ proveniente de ^{214}Bi de la cadena del ^{238}U . Esta superposición genera un error considerablemente alto, por ello la intensidad detectada puede ser en parte una contribución del pico del ^{214}Bi .

En general se observa que los valores obtenidos para N_{padre} son diferentes, aunque oscilan alrededor de un valor medio (\bar{N}_{padre}), el cual se calcula con el valor de la media pesada para los diferentes valores obtenidos de N_{padre} en cada muestra y para cada conjunto de isótopos pertenecientes a una misma cadena radiactiva.

Los valores para \bar{N}_{padre} fueron:

Tabla	Núcleo padre	\bar{N}_{padre}
8.2	^{238}U	16.1 ± 0.9
8.4	^{238}U	14.6 ± 1.6
8.3	^{232}Th	29.4 ± 2.9
8.5	^{232}Th	29.5 ± 3.8

Éstos son graficados en cada una de las figuras 8.3 y 8.4 como una línea continua horizontal alrededor de la cual aparecen dos líneas discontinuas paralelas que están asociadas a los valores $\bar{N}_{padre} \pm \sigma$, donde σ es el error asociado al valor medio.

Con estas consideraciones se ve claramente que todos los valores caen dentro de la banda alrededor del valor central para los datos graficados en la Figura 8.4 y para los de la cadena de ^{232}Th de la Figura 8.3; pero, tres de los correspondientes a la cadena de ^{238}U en esta última figura caen por fuera de la banda.

Los errores asociados a las áreas son propagados a las correcciones de las intensidades, como los primeros son grandes, las incertidumbres asociadas a N_{padre} son igualmente grandes, esta condición permite que un valor aparentemente tan alejado como el asociado a la energía $E_\gamma = 186 \text{ keV}$ se intersecte con la banda central.

En conclusión la actividad del padre tiende a un valor determinado para cada una de las cadenas en cada muestra, éste es \bar{N}_{padre} el cual para éste caso toma valores muy semejantes para las dos muestras. Sin embargo, para poder concluir sobre la conservación o no de la condición de equilibrio secular en las cadenas, faltaría analizar los datos correspondientes a los fotopicos ajustados a gaussianas.

8.1.3 Corrección de las intensidades para los fotopicos del espectro con ajustes a gaussianas

Muestra A

$E_\gamma (keV)$	Isótopo	Área (error)	N_{padre} (error)
186.1	^{222}Rn	1007 (144)	67 (7)
295.1	^{214}Bi	971 (102)	29 (2)
351.1	^{214}Bi	719 (48)	23 (2)
609.3	^{214}Po	1236 (60)	31 (2)
1120.3	^{214}Po	131 (12)	32 (5)
1238.5	^{214}Po	99 (16)	25 (9)
1763.6	^{214}Po	143 (15)	22 (3)

Tabla 8.6: Resultados para los isótopos correspondientes a la cadena de ^{238}U de la **muestra A**

$E_\gamma (keV)$	Isótopo	Área (error)	N_{padre} (error)
910.6	^{228}Th	581 (22)	49 (3)
969.0	^{228}Th	355 (23)	49 (3)
238.6	^{212}Bi	3115 (69)	36 (2)
727.33	^{212}Po	229 (41)	39 (6)
583.2	^{208}Pb	1106 (102)	47 (2)
860.0	^{208}Pb	211 (27)	26 (13)

Tabla 8.7: Resultados para los isótopos correspondientes a la cadena de ^{232}Th de la **muestra A**

Muestra B

$E_\gamma (keV)$	Isótopo	Área (error)	N_{padre} (error)
186.1	^{222}Rn	696 (122)	97 (9)
295.2	^{214}Bi	1006 (102)	28 (2)
351.1	^{214}Bi	1262 (136)	26 (1)
609.3	^{214}Po	989 (40)	24 (2)
1120.3	^{214}Po	203 (34)	29 (2)
1238.5	^{214}Po	59 (21)	41 (7)
1763.6	^{214}Po	130 (17)	24 (3)

Tabla 8.8: Resultados para los isótopos correspondientes a la cadena de ^{238}U de la **muestra B**

$E_\gamma (keV)$	Isótopo	Área (error)	N_{padre} (error)
911.2	^{228}Th	499 (30)	57 (2)
969.0	^{228}Th	282 (15)	61 (4)
238.6	^{212}Bi	2150 (102)	52 (2)
727.33	^{212}Po	176 (28)	49 (9)
583.2	^{208}Pb	768 (24)	67 (6)
860.0	^{208}Pb	77 (38)	72 (9)

Tabla 8.9: Resultados para los isótopos correspondientes a la cadena de ^{232}Th de la **muestra B**

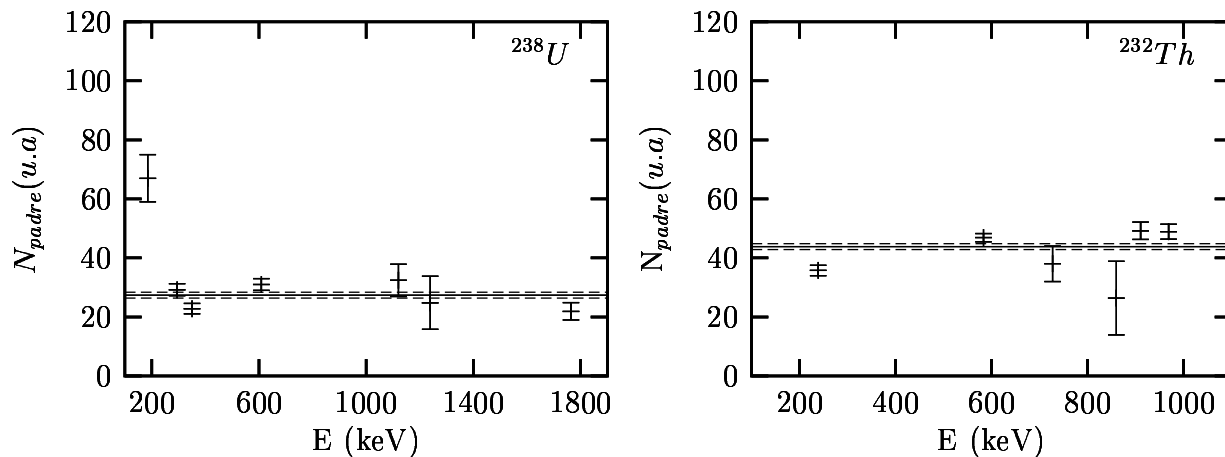


Figura 8.5: Valores obtenidos para N_{padre} en la **muestra A** con ajustes a gaussianas (Tablas 8.6 y 8.7)

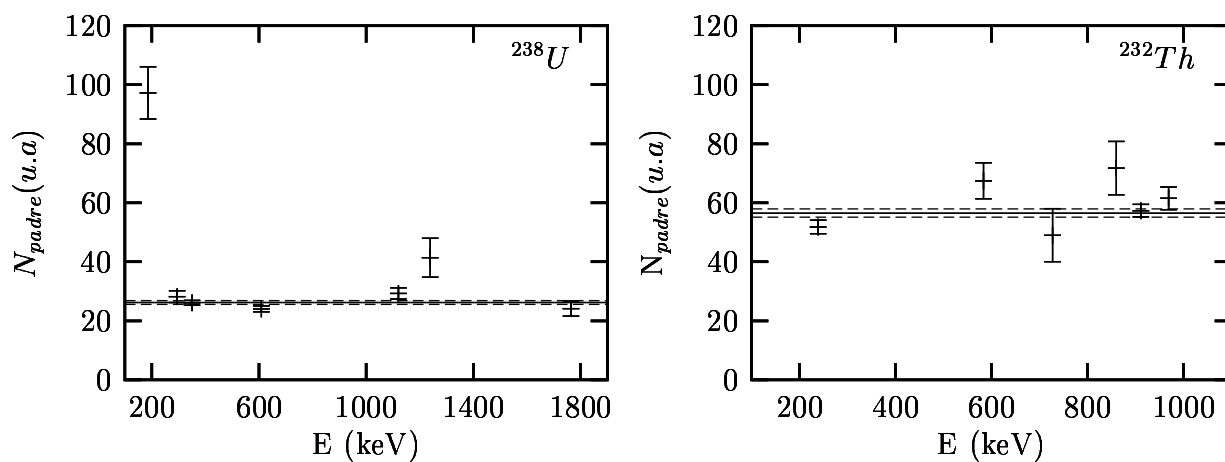


Figura 8.6: Valores obtenidos para N_{padre} en la **muestra B** con ajustes a gaussianas (Tablas 8.8 y 8.9)

8.1.4 Análisis de resultados ajustes gaussianas

En estos datos se observa una disminución muy notable del error asociado al área del fotopico. Por ejemplo el error más grande en las tablas correspondientes es el relacionado con el área del fotopico cuya energía es $E_\gamma = 860$ keV, cuyo valor representa cerca del 50% del valor del área en las dos muestras.

Los otros errores por su parte oscilan en su gran mayoría entre el 5% y el 15% del valor de su área. Esto quiere decir que siguen siendo errores muy grandes para poder hacer una comparación entre las intensidades corregidas, pues los errores propagados corresponden a ese orden de magnitud.

Si la condición de equilibrio secular se cumpliera, los valores encontrados para N_{padre} calculados con cualquiera de las intensidades detectadas en el espectro deberían ser iguales, lo que no se ve en las tablas, tan solo se observa parcialmente, evidenciándose en N_{padre} un cierto comportamiento regular (ver figuras 8.5 y 8.6).

Los valores obtenidos para la actividad media del padre son:

Tabla	Núcleo padre	\bar{N}_{padre}
8.6	^{238}U	27.4 ± 1.0
8.8	^{238}U	26.2 ± 0.6
8.7	^{232}Th	43.8 ± 1.0
8.9	^{232}Th	56.5 ± 1.4

En general todos los fotopicos tienen una intensidad muy baja, esto hace que las formas de las curvas no se definan perfectamente y que la estadística de la medición sea tan baja que la condición de equilibrio secular sea apenas visible.

En el caso de la serie de ^{238}U los valores de N_{padre} obtenidos para los diferentes isótopos prácticamente son iguales en ambas muestras, la dispersión de ellos alrededor de la zona media es pequeña, están distribuidos simétricamente y la mayoría de ellos intersecta con la zona definida por el valor medio y su error (ver figuras 8.5 y 8.6). El valor mas alejado respecto del promedio es el correspondiente al isótopo del ^{222}Rn cuya energía es de 186 keV. Estas medidas fueron hechas tiempo despues de las realizadas con histogramas deformados, y aunque en las primeras medidas se encontró que N_{padre} para $E_\gamma = 186$ keV estaba alejado del valor promedio, en comparación con los resultados de las gaussianas normales no lo estaba tanto. El alejamiento adicional puede deberse a dos razones: la primera es que el fotopico en este caso es mucho mas ajustable a una distribución gaussiana, por lo tanto cuentas perdidas con el ajuste anterior, seguramente son ahora tenidas en cuenta; la otra explicación es un posible incremento en la concentración de radón en el laboratorio, como se sabe el radón es un gas y las concentraciones en el sitio de medición pueden ser variables.

Para el caso de los valores obtenidos con los fotopicos de la cadena de ^{232}Th la situación es un tanto diferente, apenas unos pocos valores de N_{padre} caen dentro de la banda; la distribución es menos simétrica y los errores más grandes; específicamente la diferencia se marca en los valores de energía de 860 y 238 keV; ello puede deberse a las bajas intensidades en el primer caso, razón por la cual la determinación de su área se hace incierta; y por la superposición de otro fotopico en el segundo. Sinembargo cabe anotar ninguno de estos valores está tan alejado del promedio como el N_{padre} asociado al ^{222}Rn .

En los datos analizados con los fotopicos deformados en la sección anterior, el número de valores de N_{padre} que intersectan la banda $\bar{N}_{padre} \pm \sigma$ es mayor, en general los datos asociados a

los fotopicos deformados se encuentran más alejados los unos de los otros, pero sus errores son más grandes y la banda central es más ancha, por lo tanto es normal que un mayor número de valores de N_{padre} caigan dentro de la banda alrededor del valor central.

Concentrándonos en los resultados obtenidos de los análisis con gaussianas simétricas; las figuras 8.5 y 8.6 muestran que varios picos están fuera de la banda definida por el valor medio y su error. Los datos asociados a las energías 1238.5 (^{214}Po), 860.0 (^{208}Pb) y 238.6 (^{212}Bi) en las dos muestras caen por fuera del promedio. De estos picos no se puede decir que no cumplan la condición de equilibrio secular pues si bien sus valores de N_{padre} están por fuera del promedio, otros asociados a fotopicos provenientes del mismo isótopo lo están; por ejemplo los datos asociados a las energías 1120.3 y 609.3 keV provenientes del isótopo ^{214}Po siempre cayeron dentro del promedio.

Por otra parte los asociados a 609.3 (^{214}Po), 351.1 (^{214}Bi), 1773.6 (^{214}Po), 911.2 (^{228}Th), 969.0 (^{228}Th) y 583.2 (^{208}Pb) keV en una de las dos muestra están dentro del promedio, el otro valor aunque cae por fuera está muy cerca, a veces casi limita con la zona definida por $\bar{N}_{padre} \pm \sigma$, por lo tanto de ellos tampoco se puede decir que no cumplan la condición de equilibrio secular. Para el caso del pico de energía $E_\gamma = 238.5$ aunque cae fuera en ambas ocasiones siempre queda muy cerca del valor central.

Mezcla de los resultados de las Muestras A y B

No hay razón para suponer que las dos muestras son diferentes, por lo tanto para continuar con el análisis se han promediado los valores de N_{padre} para cada uno de los valores de energía reportados. Es así como los datos reportados en las tablas 8.6 y 8.8 fueron promediados y mostrados ahora en la tabla 8.10, los de las tablas 8.7 y 8.9 en la tabla 8.11. Además se grafican en la figura 8.7.

Como se puede ver en esta figura las barras de error del promedio se han hecho más pequeñas, los valores de N_{padre} siguen oscilando muy cerca de la zona asociada al valor promedio, observándose que en general los valores que son diferentes del promedio en las muestras A y B, lo siguen siendo en estos datos promediados. Sin embargo, el único dato que consistentemente está alejado del valor medio en ambas muestras, con los dos tipos de ajustes, en los datos promediados, y aproximadamente en la misma proporción es el de 186.1 keV (^{222}Rn). Esto permite afirmar que el único elemento que de acuerdo a nuestro análisis muestra no seguir la condición de equilibrio es el ^{222}Rn . La dirección de la diferencia positiva respecto del promedio, significaría que en el punto de medición existe un exceso de radon.

Los valores promedio de la actividad del padre en los datos promediados son:

$$\text{Tabla 8.10 } \bar{N}_{padre} = 26.5 \pm 0.5$$

$$\text{Tabla 8.11 } \bar{N}_{padre} = 47.9 \pm 0.8$$

$E_\gamma (keV)$	Isótopo	N_{padre} (error)
186.1	^{222}Rn	80 (6)
295.1	^{214}Bi	29 (2)
351.1	^{214}Bi	26 (1)
609.3	^{214}Po	25 (1)
1120.3	^{214}Po	30 (2)
1238.5	^{214}Po	35 (5)
1763.6	^{214}Po	23 (2)

Tabla 8.10: Resultados para los isótopos correspondientes a la cadena de ^{238}U

$E_\gamma (keV)$	Isótopo	N_{padre} (error)
910.6	^{228}Th	55 (2)
969.0	^{228}Th	53 (2)
238.6	^{212}Bi	42 (1)
727.33	^{212}Po	49 (9)
583.2	^{208}Pb	48 (1)
860.0	^{208}Pb	56 (7)

Tabla 8.11: Resultados para los isótopos correspondientes a la cadena de ^{232}Th

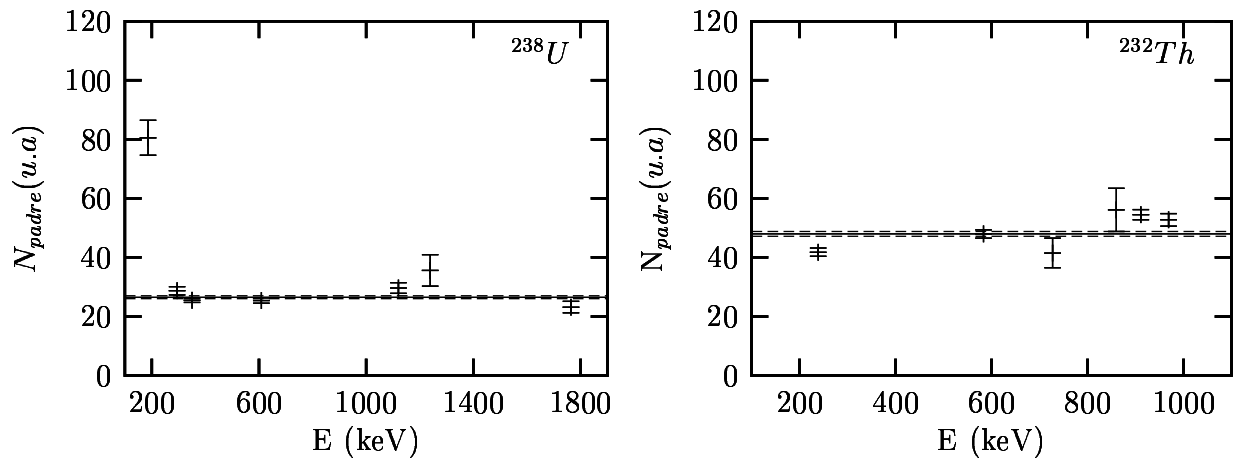


Figura 8.7: Valores obtenidos para N_{padre} del promedio de las muestras A y B (Tablas 8.10 y 8.11)

Capítulo 9

Resumen y Conclusiones

1. Se calibró en eficiencia relativa el detector de *HPGe* del equipo de Espectroscopía *gamma* del laboratorio de Física Radiológica con las funciones:

$$\log(\epsilon_\gamma) = a + b(\log(\frac{E_\gamma}{100})) + c(\log(\frac{E_\gamma}{100}))^2 \quad (9.1)$$

$$\log(\epsilon_\gamma) = d + e(\log(\frac{E_\gamma}{1000})) + f(\log(\frac{E_\gamma}{1000}))^2 \quad (9.2)$$

válidas a bajas energías y a altas energías respectivamente. Los valores hallados para los coeficientes de estas funciones fueron:

$$\begin{array}{ll} E_\gamma < 100 \text{ keV} & E_\gamma > 100 \text{ keV} \\ a = 447.3(1.2) & d = 48.5(3.5) \\ b = 609.8(3.4) & e = -52.4(3.0) \\ c = 182.0(7.2) & f = 64.9(1.7) \end{array}$$

2. Se identificaron las transiciones γ presentes en las muestras de suelo del Campus de la Universidad Nacional, estas corresponden en su totalidad a isótopos de las cadenas radiactivas naturales ^{238}U , ^{232}Th y ^{40}K . Con esto se concluye que no hay contaminantes radiactivos artificiales en las muestras de suelo analizadas.
3. Los Isótopos identificados en las muestras correspondientes a la cadena del ^{238}U son: ^{214}Bi , ^{222}Rn , ^{214}Po y ^{234}Pa . En la serie del ^{232}Th son: ^{212}Bi , ^{212}Po , ^{228}Po y ^{208}Pb .
4. Se calcularon las intensidades relativas de los fotopicos y se corrigieron con el valor de la eficiencia, los branchings correspondientes y los coeficientes de conversión interna. Con estos se obtienen valores para la actividad del padre de la cadena. Los resultados difieren de un isótopo a otro, pero se observa un comportamiento más o menos regular en los valores de N_{padre} . Posteriormente se halla una media pesada con el error para cada muestra y cada serie de núcleos de una misma cadena. Cuando se grafican los datos se observa una distribución con tendencia simétrica alrededor de la banda central definida por el valor medio y su error, de la misma forma se observa que la mayoría de los isótopos tienen valores de N_{padre} cayendo dentro de la franja promedio.

5. Para realizar un análisis complementario con los datos obtenidos de los fotopicos gaussianos simétricos, se promediaron los valores de N_{padre} para cada isótopo de las muestras A y B, más adelante se obtuvo el nuevo valor medio para \bar{N}_{padre} . Los valores de N_{padre} en este caso oscilan más cerca de la banda central definida por el valor promedio y su error. La mayoría de estos caen dentro de esta zona; las incertidumbres de los datos a pesar de hacerse mas pequeñas son aún muy grandes, y no son garantía de ningún tipo de comparación entre N_{padre} . Esto ya se había observado para los datos de las muestras A y B, con fotopicos con ajustes gaussianos, y especialmente con los asociados a los fotopicos deformados. En particular el valor más alejado del valor central es el asociado al isótopo ^{222}Rn , por lo tanto es el menos compatible con la condición de equilibrio secular.

6. Las mediciones iniciales con el detector de Germanio fueron hechas con un tiempo de medición de dos horas, los resultados eran todavía menos concluyentes, las formas de las curvas eran mas indefinidas y el número de cuentas como se ha de suponer era cerca de tres veces menor del reportado en las intensidades de estos fotopicos. Dado el trabajo con los espectros de dos horas de tiempo vivo, se pensó que tal vez un tiempo de medición tres veces mayor alcanzaría para llegar a concluir algo acerca de condición en evaluación, pero como se puede ver este tiempo es insuficiente, y las intensidades de todos los fotopicos son en general muy bajas. Se aconsejaría tomar medidas con el doble de tiempo de medición o mas si es posible, para analizar correctamente la condición ya mencionada. Sin embargo el actual equipo no permite mediciones tan largas, el no disponer de fuentes de voltaje reguladas de potencia hace que éstas sean poco confiables, por lo que se hace necesario regular todas las fuentes de potencia que alimentan a todo el equipo de detección.

7. Los análisis del presente trabajo permiten sospechar de la presencia de exceso de radón en el lugar en el cuál se hicieron las mediciones. Una verificación de esta sospecha se lograría con:
 - (a) Mediciones que produzcan errores estadísticos por lo menos un orden de magnitud mas pequeños, según las condiciones experimentales explicadas en la conclusión 6.
 - (b) Comparación con mediciones a campo abierto, en donde no se espera la presencia de radón por acumulación.

Apéndice A

Función error y función error complemento

La función error y la función error complemento son dos casos especiales de la función gamma incompleta. La función gamma por su parte está definida como:

$$P(a, x) = \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^x e^{-t} t^{a-1} dt \quad (9.3)$$

Esta tiene valores límites en :

$$P(a, 0) = 0 \quad P(a, \infty) = 1 \quad (9.4)$$

La función gamma complemento se define como:

$$Q(x, a) = 1 - P(a, x) = \frac{\Gamma(a, x)}{\Gamma(a)} = \frac{1}{\Gamma} \int_0^\infty e^{-t} t^{a-1} dt \quad (a > 0) \quad (9.5)$$

con valores límite:

$$Q(a, 0) = 1 ; \quad Q(a, \infty) = 0 \quad (9.6)$$

La función error es:

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt \quad (9.7)$$

y la función error complemento:

$$erfc(x) = 1 - erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt \quad (9.8)$$

donde las funciones tienen los siguientes valores límites y simetrías:

$$erf(0) = 0 \quad erf(\infty) = 1 \quad erf(-x) = -erf(x) \quad (9.9)$$

$$erfc(0) = 1 \quad erfc(\infty) = 0 \quad erfc(-x) = 2 - erfc(x) \quad (9.10)$$

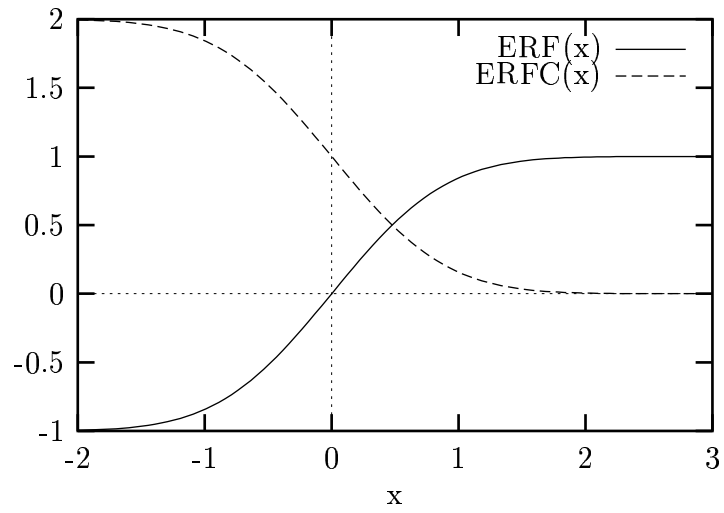


Figura 9.1: Funciones *Error* y *Error Complemento*

Finalmente las función error y error complemento se encuentran relacionadas con la función gamma por las siguientes ecuaciones:

$$\text{erf}(x) = P\left(\frac{1}{2}, x^2\right) \quad (9.11)$$

y

$$\text{erfc}(x) = Q\left(\frac{1}{2}, x^2\right) \quad (9.12)$$

Apéndice B

Derivadas de la función F(x)

A continuación se presentan las derivadas de la función $F(x)$, involucradas en el cálculo de los errores para las áreas de los fotopicos que presentan deformación en la región de bajas energías:

1.

$$\begin{aligned} \frac{dF(x)}{d\sigma} &= \frac{1}{\sqrt{2}\beta} + \frac{HR(x-c)}{50\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp\left(\frac{(x-c)}{\beta} - \frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}\right) \\ &+ \left(1 - \frac{R}{100}\right) \frac{H(x-c)^2}{\sigma^3} \exp\left(-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}\right) + \left(\frac{HSTEP(x-c)}{50\sqrt{2\pi}\sigma^2}\right) \exp\left(\frac{-(x-c)^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned} \quad (9.13)$$

2.

$$\frac{dF(x)}{d\beta} = \frac{-\sigma}{\sqrt{2}\beta^2} - \frac{HR(x-c)}{100\beta^2} \operatorname{ERFC}\left(\frac{x-c}{\sqrt{2}\sigma}\right) \exp\left(\frac{(x-c)}{\beta}\right) \quad (9.14)$$

3.

$$\begin{aligned} \frac{dF(x)}{dc} &= \frac{HR}{50\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(\frac{(x-c)}{\beta} - \frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}\right) - \frac{HR}{100\beta} \operatorname{ERFC}\left(\frac{x-c}{\sqrt{2}\sigma}\right) \exp\left(\frac{(x-c)}{\beta}\right) \\ &+ \left(1 - \frac{R}{100}\right) \frac{H(x-c)}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}\right) + \frac{HSTEP}{50\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned} \quad (9.15)$$

4.

$$\begin{aligned} \frac{dF(x)}{dH} &= \left(1 - \frac{R}{100}\right) \exp\left(-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}\right) + \frac{R}{100} \exp\left(\frac{x-c}{\beta}\right) \operatorname{ERFC}\left(\frac{(x-c)}{\sqrt{2}\sigma}\right) \\ &+ \frac{STEP}{100} \operatorname{ERFC}\left(\frac{(x-c)}{\sqrt{2}\sigma}\right) \end{aligned} \quad (9.16)$$

5.

$$\frac{dF(x)}{dR} = \frac{H}{100} \exp\left(\frac{x-c}{\beta}\right) \operatorname{ERFC}\left(\frac{x-c}{2\sigma}\right) - \frac{H}{100} \exp\left(-\frac{(x-c)^2}{\sqrt{2}\sigma^2}\right) \quad (9.17)$$

6.
$$\frac{dF(x)}{dSTEP} = \frac{H}{100} ERF C \left(\frac{x - c}{\sqrt{2}\sigma} \right) \quad (9.18)$$

7.
$$\frac{dF(x)}{da} = x \quad (9.19)$$

8.
$$\frac{dF(x)}{db} = 1 \quad (9.20)$$

Apéndice C

Derivadas de la función $q(x)$

Derivadas de la función definida como $q(x) = T(x) + M(x)$:

1.
$$\frac{dq(x)}{dc} = \frac{HSTEP}{50\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(\frac{-(x-c)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (9.21)$$

2.
$$\frac{dq(x)}{d\sigma} = \frac{HSTEP(x-c)}{50\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp\left(\frac{-(x-c)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (9.22)$$

3.
$$\frac{dq(x)}{dH} = \frac{STEP}{100} \operatorname{ERFC}\left(\frac{x-c}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad (9.23)$$

4.
$$\frac{dq(x)}{dSTEP} = \frac{H}{100} \operatorname{ERFC}\left(\frac{x-c}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad (9.24)$$

5.
$$\frac{dq(x)}{db} = 1 \quad (9.25)$$

6.
$$\frac{dq(x)}{da} = x \quad (9.26)$$

Apéndice D

Derivadas de la función $G'(x)$

Derivadas involucradas en el cálculo de errores para una función ajuste gaussiana y una recta:

1.
$$\frac{dG'(x)}{d\sigma} = \frac{H(x-c)^2}{\sigma^3} \exp\left(-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (9.27)$$

2.
$$\frac{dG'(x)}{dc} = \frac{H(x-c)}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (9.28)$$

3.
$$\frac{dG'(x)}{dh} = \exp\left(-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (9.29)$$

4.
$$\frac{dG'(x)}{da} = x \quad (9.30)$$

5.
$$\frac{dG'(x)}{db} = 1 \quad (9.31)$$

Bibliografía

- [1] Turner, J. E. *Atoms, Radiation, and Radiation Protection*. John Wiley & Sons, Inc. New York (1995).
- [2] Kaplan, I. *Nuclear Physics*. Addison-Wesley Publishing Company John Wiley (1962).
- [3] Hodgson, P. E., Gadioli, E. and Gadioli Erba, E. *Introductory Nuclear Physics*. Oxford Science Publications. New York (1997).
- [4] Bateman, H. *The Solution of a System of Differential Equations Occurring in the Theory of Radio-active Transformations*. Proc. Cambridge Phil. Society (1910).
- [5] Leo, W. R. *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments. A How-to Approach*. Springer-Verlag (1987).
- [6] Theodórsson, Pall. *Measurement of Weak Radioactivity*. World Scientific Publishing Co (1996).
- [7] Cristancho, F. *Detectores de Radiaciones Ionizantes*. (1999).
- [8] Knoll, G. F., *Radiation Detection and Measurement* 3rd. Ed., Wiley (1999).
- [9] *CANBERRA, Product Catalog*, Tenth edition.
- [10] Cristancho, F. *Notas de Clase Instrumentación Nuclear* (2002).
- [11] Lyons, L. *Statistics for Nuclear and Particle Physicists*. Cambridge University Press (1993).
- [12] Richard B, Firestone. *Table of Isotopes* Octava edición. Jhon Wiley & sons (1996).
- [13] Killen P. G., *Borehole Logging for Uranium by Measurement of Natural Gamma Radiation – a review*, Int. J. App. Rad. Isot. **34**, 231 (1982).
- [14] <http://fisica.usac.edu.gt>.
- [15] D.C.Radford *Notes on Use of Program GF2*. Physics Division, Oak Ridge National Laboratory, 1988.
- [16] Ellis D. V., *Well Logging for Earth Scientists*. Elsevier (1987).
- [17] Rider, M. *The Geological Interpretation of Well Logs*, Whittles Publishing (1996).

- [18] Fick R. R., Lidén K. and Petersson R. B. R., *In situ Measurements of Environmental Gamma Radiation by the Use of a Ge(Li)-Spectrometer*, Nucl. Inst. Meth. **135**, 559 (1976).
- [19] J. V. Carreiro, E. M. Amaral, A. C. Severo, *Contribution to the Study of Portuguese Population Exposure to Gamma Radiation*, Rad. Prot. Dos., **24**, 375 (1988).
- [20] Lopez.L, Peñalva G. *Espectrometría de Rayos Gamma y Determinación de la Radiación Natural (Chubut-Argentina)*, Comisión Nacional de Energía Atómica (CNEA), Unidad de Actividad de Geología.
- [21] Grau.J, Bradley.R, Tabanou,J. *A Borehole Correction Model for Capture Gamma Ray Spectroscopy Logging*.
- [22] Faure Gunter. *Principles of Isotope Geology*. John Wiley & Sons, Inc. New York.
- [23] Garzón Alejandro. *Comunicación Privada*.
- [24] Pérez Saltarén, Delvis. *Comunicación Privada*.